

Ό «Πυθαγορίζων» Πλάτων ως προς τή δημιουργία του κόσμου

Γεώργιος Χ. Κουμάκης

Έπ. Καθηγητής Φιλοσοφίας του Πανεπιστημίου Ίωαννίνων

E mail: gkoumaki@cc.uoi.gr

Περίληψη

Σκοπός τής παρούσας μελέτης είναι να αναζητηθούν και κατά τὸ δυνατόν να ἐντοπισθοῦν κοινοὶ τόποι τοῦ Πλάτωνα καὶ τῶν Πυθαγορείων ὡς πρὸς τὴ δημιουργία τοῦ κόσμου, πράγμα πὸ ἴσως ὑποδηλώνει τὴν ἐπίδραση πὸ δέχτηκε ὁ Πλάτων ἀπὸ αὐτούς. Ὁ Ἀριστοτέλης καὶ ὁ Θέων ὁ Σμυρναῖος συνοψίζοντας τὴ μεταξύ τους σχέση λέγουν ὅτι σὲ πολλὰ σημεῖα ὁ Πλάτων ἀκολούθησε τὴ φιλοσοφία τῶν Πυθαγορείων, ἐνῶ σὲ ἄλλα ἀνέπτυξε δική του θεωρία. Καὶ στοὺς δύο πέντε εἶναι τὰ σώματα τοῦ κόσμου καὶ τὰ ἰσάριθμα σχήματα, ἀπὸ τὰ ὁποῖα αὐτὰ γεννῶνται. Ἔτσι ἡ γῆ γεννήθηκε ἀπὸ τὸν κύβο, ἡ φωτιά ἀπὸ τὴν πυραμίδα, ὁ ἀέρας ἀπὸ τὸ ὀκτάεδρο, τὸ νερὸ ἀπὸ τὸ εἰκοσάεδρο καὶ ὁ αἰθέρας, δηλαδὴ ἡ σφαῖρα τοῦ παντός, ἀπὸ τὸ δωδεκάεδρο. Ἐκεῖνο πὸ παραδίδεται εἶναι ὅτι ὁ κύβος, ἡ πυραμίδα καὶ τὸ δωδεκάεδρο, εἶναι ἐφευρήματα τῶν Πυθαγορείων, τὸ δὲ ὀκτάεδρο καὶ τὸ εἰκοσάεδρο, τοῦ Θεαίτητου, ἔστω καὶ ἂν τὴ χρονικὴ ἐκείνη περίοδο ὑπῆρχε μόνον ἐμπειρικὴ ἀλλὰ ὄχι θεωρητικὴ θεμελίωση.

Εντοπίζεται ἐπίσης ὁμοιότητα ἀλλὰ καὶ μεγάλη ἀπόκλιση ὡς πρὸς τὸν τρόπο ἐκφορᾶς τής φιλοσοφίας μεταξύ των δύο. Ἡ φιλοσοφία τῶν Πυθαγορείων εἶναι ἀπόρρητη, δηλαδὴ ἀπόκρυφη, ἀφοῦ λεγόταν μόνον σὲ στενὸ κύκλο μυημένων, ἐνῶ πρὸς τοὺς ἄλλους ἐτηρεῖτο ἄκρα σιωπῆ, ἀφοῦ σὲ διαφορετικὴ περίπτωση ἐπικρεμόταν ὁ κίνδυνος ἐπιβολῆς τής ἐσχάτης τῶν ποινῶν. Ὑπὸ μία ἔννοια ὑπῆρχε κάποια ὁμοιότης μετὰ τὴ φιλοσοφία τοῦ Πλάτωνα, ἡ ὁποία, χωρὶς νὰ εἶναι ἀπόκρυφη, ἦταν ἀπόρρητη δηλαδὴ ἀσαφής, ἀφοῦ δὲν ἐπιτρεπόταν νὰ λέγεται ἢ νὰ γράφεται ἐκ τῶν προτέρων, προοριζόταν δὲ μόνον στοὺς βαθεῖς γνῶστες (εἰδότας). Ἡ διαλεκτικὴ, πὸ εἶναι τὸ ἀποκορύφωμα τής φιλοσοφίας του, εἴτε στὸν γραπτὸ εἴτε στὸν προφορικὸ λόγον, ἐκφερόταν κατὰ τρόπον αἰνιγματικόν. Μὲ τὸ νὰ προσπαθεῖ νὰ λύσει κανεὶς τὸ πρόβλημα φιλοσοφεῖ. Δὲν λέγεται ὅπως τὰ ἄλλα μαθήματα, μπορεῖ ὅμως νὰ ἀνευρίσκειται μετὰ μικρὴ ἔνδειξη. Τὸ τέρμα τής διαλεκτικῆς εἶναι ἡ ἰδέα τοῦ ἀγαθοῦ, ἡ ὁποία μαζὶ μετὰ τὶς ἄλλες ἰδέες, πὸ περιλαμβάνονται σ' αὐτό, συνιστᾷ τὸν ἕνα καὶ μοναδικὸ νοητὸν κόσμον, πὸ εἶναι αἰώνιος καὶ ἀληθινός, ὁμοίωμά του δὲ εἶναι ὁ ὄρατός, ἀπτός καὶ ἐφήμερος κόσμος μετὰ τὴ μέθεξή του πρὸς αὐτόν, πράγμα πὸ πίστευαν καὶ οἱ Πυθαγόρειοι. Ὁ ἀληθινὸς κόσμος εἶναι ἕνας, καὶ συγκεκριμένα τὸ ἕνα, μετὰ συμμετρίες καὶ ἀναλογίες, ἐνῶ ὁ ὄρατός κόσμος εἶναι ὁμοῖος μετὰ αὐτόν κατὰ μίμηση.

Καθοριστικὸ ρόλον στὴ δημιουργία τοῦ κόσμου παίζουν τὰ πρῶτα τρίγωνα, δηλαδὴ ὀρισμένα ὀρθογώνια, πὸ ἔχουν ἀναλογίες καὶ συμμετρίες ὡς πρὸς τὶς γωνίες ἢ τὶς πλευρὰς τους. Μὲ αὐτὰ σχηματίζονται τὰ πέντε κοσμικὰ σχήματα, ἀπὸ τὰ ὁποῖα γεννῶνται τὰ πέντε κάλλιστα σώματα. Αὐτὰ εἶναι τρία ἡμιτρίγωνα καὶ ἕνα ἡμιτετράγωνον. Ἀπὸ τὸ ἡμιτρίγωνον ἰσοπλεύρου τριγώνου σχηματίζονται ἡ πυραμίδα, τὸ ὀκτάεδρον καὶ τὸ εἰκοσάεδρον, ἐνῶ ἀπὸ τὸ ἡμιτετράγωνον σχηματίζεται ὁ κύβος. Τὸ δωδεκάεδρον προκύπτει ἀπὸ δύο εἰδῶν πρῶτα ἡμιτρίγωνα, τὸ ἕνα ἐκ τῶν ὁποίων εἶναι τὸ ἡμιτρίγωνόν του ἰσοσκελοῦς τριγώνου τοῦ πενταγώνου (πὸ ἀποτελεῖ τὴ βάση τοῦ δωδεκαέδρου) μετὰ ἐπίκεντρον γωνία κορυφῆς 72 καὶ παρὰ τὴν βάση γωνίες 54 καὶ 54, πὸ εἶναι τὸ ἡμισὺ τῆς γωνίας τοῦ πενταγώνου (108), ὅπως ἀπέδειξε ὁ Εὐκλείδης. Ἔχει δηλαδὴ γωνίες 36, 54, 90 μοῖρες. Τὸ τέταρτον πρῶτον τρίγωνον εἶναι τὸ

ἡμιτρίγωνο ἰσοσκελοῦς τριγώνου με γωνία κορυφῆς 36 καὶ παρὰ τὴν βάσιν 72, 72. Οἱ γωνίες τοῦ ἐπομένου εἶναι 18, 72, 90 μοιρῶν.

Τόσο ὁ Πλάτων ὅσο καὶ οἱ Πυθαγόρειοι ἐξέλαβαν τὸ *ἔν* καὶ τὸ *ὄν* αὐθύπαρκες ὀντότητες, ἐνῶ ἄλλοι ὡς κατηγορήματα, χωρίζαν ἐπίσης τὶς ιδέες καὶ τοὺς ἀριθμοὺς ἀντίστοιχα ἀπὸ τὰ αἰσθητὰ ὄντα, χρησιμοποιοῦσαν ἐπίσης δύο ἀρχές, ὁ μὲν Πλάτων τὸ *ἔνα*, δηλαδὴ τὴν ιδέα τοῦ ἀγαθοῦ, καὶ τὴν ὕλη, δηλαδὴ τὴν ἀόριστη δυάδα, τουτέστιν τὸ *μέγα* καὶ τὸ *μικρόν*, οἱ δὲ Πυθαγόρειοι τὸ *πέρας* καὶ τὸ *ἄπειρον*.

Λέξεις κλειδιά: πέντε κάλλιστα σώματα, ἕνας κόσμος, τρίγωνα, χωρισμός

Abstract

The aim of the present study is to seek and, as far as possible, discover the common ground of Plato and the Pythagoreans regarding the creation of the cosmos, something which may indicate the Pythagorean influence on Plato. Aristotle and Theon of Smyrna, summarizing their relationship, state that Plato followed Pythagorean philosophy in many particulars, while in others he developed his own theory. Both sides believe that there are five cosmic bodies and five shapes from which they arise. Thus earth was born from the cube, fire from the pyramid, air from the octahedron, water from the icosahedron, and aether, the sphere of everything, from the dodecahedron. It is said that the cube, the pyramid and the dodecahedron were inventions of the Pythagoreans, whereas the octahedron and the icosahedron were invented by Theaetetus, even if at the time this was based solely on empirical rather than theoretical evidence.

There is a similarity, but also a great divergence, in the way in which the two sides expressed their philosophy. The philosophy of the Pythagoreans is ἀπόρρητη, meaning concealed, since it was only spoken in a narrow circle of initiates. Strict silence was observed towards all others, on pain of death. In a sense, this is similar to Plato's philosophy which, without being hidden, was ἀπόρρητη, i.e. obscure, because it was not permitted to be spoken or written down in advance, and was intended exclusively for those having deep knowledge (εἰδότας). Dialectic, which is the peak of his philosophy, whether written or spoken, was expressed in an enigmatic way. In trying to solve the problem, one philosophises. Philosophy is not expounded like other lessons, but it can be discovered with the aid of small clues. The end of dialectic is the idea of the good, which, together with the other ideas contained in it, comprises the one and only apprehensible world, which is eternal and real, and whose image is the visible, tangible and ephemeral world with its sharing of it, as the Pythagoreans also believed. The real world is one, and specifically the one (*ἔν*), with symmetries and ratios, whereas the visible world resembles it by imitation.

A determinative role in the creation of the cosmos is played by the first triangles, i.e. certain rectangular triangles with ratios or symmetries as to their angles or sides. Of these are formed the five cosmic shapes, from which the five fairest bodies arise. They are three semi-triangles and a semi-square. Of the semi-triangle of an equilateral triangle are formed the pyramid, the octahedron and the icosahedron, while from the semi-square is formed the cube. The dodecahedron is produced by two kinds of first semi-triangles, one of them being the semi-triangle of the isosceles triangle of the pentagon (which forms the basis of the dodecahedron), with a central apex angle of 72 degrees and base angles of 54 and 54 degrees, which is half the angle of the pentagon (180 degrees), as Euclid proved. So it has angles of 36, 54 and 90 degrees. The fourth first triangle is the semi-triangle of an isosceles triangle with an apex angle of 36

degrees and base angles of 72 and 72 degrees. Thus its angles are 18, 72 and 90 degrees.

Both Plato and the Pythagoreans understood the one (ἓν) and being (ὄν) as self-existing beings, while others saw them as categorems. They also divided ideas and numbers from sensible beings, and used two principles: Plato used the one, i.e. the idea of the good, and matter (ύλη), i.e. the indeterminate dyad, viz. large (μέγα) and small (μικρόν), while the Pythagoreans referred to the finite (πέρας) and the infinite (ἄπειρον).

Keywords: five fairest bodies, one world, triangles, separation

Οἱ Πυθαγόρειοι ἐπηρέασαν ἴσως περισσότερο ἀπὸ ὅλους τοὺς Προσωκρατικοὺς τὸν Πλάτωνα ὡς πρὸς τὴν δομὴν καὶ τὴν σύστασιν τοῦ κόσμου. Σημαντικὸ ὅμως εἶναι νὰ τονιστεῖ ὅτι ὁ Ἀθηναῖος φιλόσοφος δὲν ἀκολούθησε πιστὰ καὶ χωρὶς παρεκκλίσεις τὴν θεωρίαν τῶν Πυθαγορείων ἀναφορικὰ μὲ τὴν γένεσιν τοῦ κόσμου, ἀλλὰ τὴν τροποποίησε καὶ τὴν ἀνέπτυξε σύμφωνα μὲ τὸ δικό του κοσμοεἶδωλο. Αὐτὴ χρησίμευε δηλαδὴ ὡς ἀπαρχὴ καὶ ἀφετηρία γιὰ περαιτέρω ἐπεξεργασία καὶ μετεξέλιξη. Τὸ δεδομένο τώρα ὅτι ὁ Πλάτων προσπάθησε νὰ ἀφομοιώσει ἐν πολλοῖς τὴν πυθαγορικὴν φιλοσοφίαν ἔδωσε ἀφορμὴν σὲ ὀρισμένους σχολιαστὰς νὰ διατυπώσουν τὴν ἄποψιν ὅτι ὁ Πλάτων «πυθαγορίζει». Ἔτσι ὁ Ἀέτιος ἀποδίδει στὸν Πλούταρχο τὴν γνώμην ὅτι, κατὰ τὸν Πυθαγόρα, ἡ γῆ γεννήθηκε ἀπὸ τὸν κύβον, ἡ φωτιὰ ἀπὸ τὴν πυραμίδα, ὁ ἀέρας ἀπὸ τὸ ὀκτάεδρον, τὸ νερὸ ἀπὸ τὸ εἰκοσάεδρον καὶ ἡ σφαῖρα τοῦ παντός, δηλαδὴ ὁ κόσμος, ἀπὸ τὸ δωδεκάεδρον. Καταλήγει δὲ στὸ συμπέρασμα ὅτι ὁ Πλάτων καὶ σ' αὐτὰ πυθαγορίζει, ἀφήνοντας νὰ ἐννοηθεῖ ὅτι αὐτὸ συμβαίνει καὶ σὲ ἄλλα θέματα¹. Ἡ γένεσις αὐτὴ τῶν σωμάτων ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω μνημονευόμενα γεωμετρικὰ σχήματα ἀναφέρεται ἀπὸ τὸν Πλάτωνα². Ὁρθῶς ὅμως ἔχει ἐπισημανθεῖ ἀπὸ μαθηματικούς, ὅπως τὸν Th. Heath, ὅτι εἶναι ἀπίθανο οἱ πρῶτοι Πυθαγόρειοι νὰ κατασκεύασαν θεωρητικὰ τὸ δωδεκάεδρον, ὅπως ἔκαμε ὁ Εὐκλείδης στὸ δέκατο τρίτον βιβλίον τῶν *Στοιχείων* του³. Γενικὰ ὑπάρχει ἀμφισβήτηση γιὰ τὸ ἂν τὰ πέντε κανονικὰ στερεὰ σώματα εἶναι εὐρημα τῶν Πυθαγορείων ἢ ὄχι. Ἔτσι ὀρισμένοι πιστεύουν –ὅπως γιὰ παράδειγμα ἡ Eὐα Sachs– ὅτι τὸ ἐπίτευγμα αὐτὸ δὲν ἀνήκει στοὺς Πυθαγόρειους, οἱ ὅποιοι εἶχαν μόνον μιὰ ἐμπειρικὴ γνώσιν τοῦ δωδεκάεδρου⁴.

Τὸ ὅτι ἡ κατασκευὴ –ἔστω καὶ ἐμπειρικὰ, χωρὶς δηλαδὴ θεωρητικὴ θεμελίωσις– τοῦ δωδεκάεδρου, τὸ ὁποῖο συμβολίζει τὸν κόσμον, εἶναι ἔργον τοῦ Πυθαγόρα μαρτυρεῖται καὶ ἀπὸ τὸν Ἰάμβλιχον, ὁ ὁποῖος βεβαιώνει ὅτι ὁ Πυθαγόρας ἦταν ὁ πρῶτος ποὺ ἐπίνοιησε καὶ κατέγραψε τὴν κατασκευὴν τῆς σφαίρας ἀπὸ δώδεκα πεντάγωνα. Τὴν εὐρεσιν ὅμως αὐτὴν σφετερίστηκε ὁ Πυθαγόρειος Ἴππασος, ὁ ὁποῖος πνίγηκε στὴ θάλασσαν, ἐπειδὴ ἀσέβησε γιὰ τὴν κλοπὴν αὐτῆς ξένης πνευματικῆς

¹ Πλούταρχος, *Ἠθικά*. (Περὶ τῶν ἀρεσκόντων τοῖς φιλοσόφοις, βιβλία ε', De placitis philosophorum, libri v, 887 c, Αέτιος, Π, 6, 5): «Πυθαγόρας πέντε σχημάτων ὄντων στερεῶν, ἅπερ καλεῖται καὶ μαθηματικά, ἐκ μὲν τοῦ κύβου φησὶ γεγονέναι τὴν γῆν, ἐκ δὲ τῆς πυραμίδος τὸ πῦρ, ἐκ δὲ τοῦ ὀκταέδρου τὸν ἀέρα, ἐκ δὲ τοῦ εἰκοσαέδρου τὸ ὕδωρ, ἐκ δὲ τοῦ δωδεκαέδρου τὴν τοῦ παντός σφαῖραν. Πλάτων δὲ καὶ ἐν τούτοις πυθαγορίζει». Τὸ ἴδιον κείμενον ἀναφέρεται καὶ ἀπὸ τὸν Εὐσέβιον Καισαρείας (*Εὐαγγελικὴ Προπαρασκευὴ*) (*Praeparatio evangelica*), 15.37.1.

² Πλάτ., *Τίμ.*, 37 c 7- 41 a 5- 55 b 4-5- 56 b-e- 57 c 8- 68 e 4.

³ Th. Heath (1921), *A History of Greek Mathematics*. Vol. I, *From Thales to Euclid*. Oxford, At the Clarendon Press, 158-159. Μετάφρασις στὰ Ἑλληνικά: Th. Heath (2001). *Ἱστορία τῶν ἐλληνικῶν μαθηματικῶν*. (Ἐπιμ.) Θ. Ξαρχάκος, 2 τόμοι, Ἀθήνα, Κέντρο Ἑρευνας, Ἐπιστήμης καὶ Ἐκπαίδευσης.

⁴ E. Sachs (1917, 2010), *Die fünf Platonischen Körper*. Berlin, Taschenbuch, σσ. 9, 52. Πβ. R. Herz-Fischler (1988), *A Mathematical History of the Golden Number*. Mineola, New York, Dover Publications, 83-84.

ιδιοκτησίας, κατά τη σημερινή όρολογία⁵. Έκείνο που επισημαίνεται εδώ με ιδιαίτερη έμφαση είναι ότι το επινόημα ή εφεύρημα αυτό ανήκει στον ίδιο τον Πυθαγόρα και σέ κανέναν άλλον. Πάντως ή θεωρητική επινόηση της κατασκευής δύσκολα μπορεί να έκληφθει ως επινόηση των Πυθαγορείων. Άς σημειωθεί εδώ για την ιστορία του θέματος ότι το 1885 είχε ανακαλυφθεί κοντά στην Πάδοβα ένα κανονικό δωδεκάεδρο Έτρουσκικής προέλευσης, το οποίο σύμφωνα με τη χρονολόγησή του ανήκει στο πρώτο ήμισυ της πρώτης χιλιετίας π.Χ.⁶. Σώζονται επίσης ακόμα τουλάχιστον είκοσι έξι υπολείμματα του δωδεκάεδρου, τα οποία είναι Κελτικής καταγωγής⁷. Ο Th. Heath αναφέρει τη μαρτυρία ότι ο Πυθαγόρας ή οι Πυθαγόρειοι είχαν δεί δωδεκάεδρα τέτοιας ύψης, τα οποία άξιοποίησαν ως μαθηματικά αντικείμενα και τα εισήγαγαν στη θεωρητική γεωμετρία τους⁸. Έξ άλλου ένας σχολιαστής του δέκατου τρίτου βιβλίου των *Στοιχείων* του Εύκλειδη αναφέρει ότι τα πέντε κανονικά σώματα, που ονομάζονται Πλατωνικά, δεν αποτελούν επινόηση του Πλάτωνα, αλλά ο μόνος κύβος, ή πυραμίδα και το δωδεκάεδρο είναι εφεύρημα των Πυθαγορείων, το δε όκτάεδρο και το εικοσάεδρο του Θεαίτητου⁹.

Βασική άρχη των Πυθαγορείων ήταν ότι δεν έλεγαν τα πάντα σε όλους παρά μόνον στον δικό τους στενό κύκλο¹⁰. Σύμφωνα δε με τον Πορφύριο, οι Πυθαγόρειοι δεν εξέφραζαν τη γνώμη τους με σαφήνεια και καθαρότητα, αφού τηρούσαν εξαιρετική σιωπή, ώστε κανένας από αυτούς που τους άκουσε δεν μπορούσε να πεί με βεβαιότητα τι είπαν¹¹. Την τακτική αυτήν υιοθέτησε και ο Πλάτων αλλά μόνον εν μέρει και με διαφορετική μορφή, αφού τα *άπόρρητα* των Πυθαγορείων έγιναν στον Πλάτωνα *άπόρρητα*, που είναι εκείνα, τα οποία δεν μπορούν να λεχθούν εκ των προτέρων¹². Αυτό σημαίνει ότι η διαλεκτική, δηλαδή ή άληθινή φιλοσοφία, που είναι προφανώς τα *άπόρρητα*, ούτε λέγεται ούτε γράφεται, καθ' όν τρόπον λέγονται τα άλλα μαθήματα¹³. Το έρώτημα που προβάλλει τώρα και ζητεί άπάντηση έπιτακτικά είναι τι έννοοϋσε ο Πλάτων με τη λέξη «άπόρρητα» και συγκεκριμένα τι σημαίνει ή φράση ότι αυτά δεν πρέπει και δεν μπορούν να λεχθούν εκ των προτέρων, και πώς προσδιορίζεται εδώ το πρότερον. Άν θέλουμε να συγκεκριμενοποιήσουμε περισσότερο την έρώτηση, οφείλουμε να καθορίσουμε το σημείο εκείνο, πριν από το

⁵ Iamblichus, *Περὶ τοῦ Πυθαγορείου βίου, Pythagoras, Legende, Lehre, Lebengestaltung*. Έκδ. ὑπὸ M. Albrecht, J. Dillon, Darmstadt, WBG, 2002, 88-90· Τοῦ αὐτοῦ (1891), *Περὶ τῆς κοινῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης (De communi mathematica scientia liber)*. Leipzig, κ. 25, σ. 77, 18-24. Τὸ ἴδιο βιβλίο ἐξεδόθη ἀπὸ: Εὐ. Σπανδῆς (2012), *Περὶ τῆς κοινῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης*. Εἰσαγωγή, ἀρχαῖο κείμενο, κ.τ.λ., Ἀθήνα, Αἶθρα, σ. 97: «περὶ δ' Ἰππᾶσου λέγουσιν, ὡς ἦν μὲν τῶν Πυθαγορείων, διὰ δὲ τὸ ἐξενεγκεῖν καὶ γράμασθαι πρῶτος σφαῖραν τὴν ἐκ τῶν δώδεκα ἐξαγώνων ἀπόλοιτο κατὰ θάλατταν ὡς ἀσεβήσας, δόξαν δὲ λάβοι ὡς εὐρών, εἶναι δὲ πάντα ἐκείνου τοῦ ἀνδρός· προσαγορεύουσι γὰρ οὕτω τὸν Πυθαγόραν καὶ οὐ καλοῦσιν ὄνοματι».

⁶ F. Lindemann (1897), Zur Geschichte der Polyeder und der Zahlzeichen. *Sitzungsberichte der Königl. Bay. Akademie der Wissenschaften*, XXVI, 625-768.

⁷ L. Hugo, in: *Comptes rendus de l' Académie des Sciences*, Paris, LXIII, 1873, 420-1· LXVII, 1875, 433, 472· LXXXI, 1879, 3321.

⁸ Th. Heath, *A History of...*, μνημ. ἔργο, I, 160.

⁹ I.L. Heiberg, (1888), *Euclidis Elementa*. Vol. V, Lipsiae, Teubner, 654: «Ἐν τούτῳ τῷ βιβλίῳ, τουτέστι τῷ ιγ', γράφεται τὰ λεγόμενα Πλάτωνος ε' σχήματα, ἃ αὐτοῦ μὲν οὐκ ἔστιν, τρία δὲ τῶν προειρημένων ε' σχημάτων τῶν Πυθαγορείων ἔστιν, ὃ τε κύβος καὶ ἡ πυραμὶς καὶ τὸ δωδεκάεδρον, Θεαιτήτου δὲ τὸ τε όκτάεδρον καὶ τὸ εικοσάεδρον. τὴν δὲ προσωνυμίαν ἔλαβεν Πλάτωνος διὰ τὸ μεμνησθαι αὐτὴν ἐν τῷ Τιμαίῳ περὶ αὐτῶν. Πβ. Th. Heath (1931), *Manual of Greek Mathematics*. Oxford, At the Clarendon Press, 175-176.

¹⁰ Διογένης Λαέρτιος, *Βίων καὶ γνωμῶν τῶν ἐν φιλοσοφίᾳ εὐδοκμησάντων*, Η, 15: «Ἐλεγον δὲ καὶ οἱ ἄλλοι Πυθαγόρειοι μὴ εἶναι πρὸς πάντας πάντα ρητά».

¹¹ Porphyre (1882), *Vie de Pythagore, Lettre à Marcella* (Πορφύριος, *Πυθαγόρου βίος*), *Texte établi et traduit par É. Des Places*. Paris, Les Belles Lettres, 19, σ. 44: «ἃ μὲν οὖν ἔλεγε τοῖς συνοῦσιν οὐδὲ εἷς ἔχει φράσαι βεβαίως· καὶ γὰρ οὐχ ἡ τυχοῦσα ἦν παρ' αὐτοῖς σιωπή».

¹² Πλάτ., *Νόμ.*, IB, 968 e: «οὕτω δὴ πάντα τὰ περὶ ταῦτα ἀπόρρητα μὲν λεχθέντα οὐκ ἂν ὀρθῶς λέγοιτο, ἀπόρρητα δὲ διὰ τὸ μηδὲν προρηθέντα δηλοῦν τῶν λεγομένων».

¹³ Πλάτ., *Ζ' Ἐπ.*, 341 c-d: «ρητὸν γὰρ οὐδαμῶς ἔστιν ὡς ἄλλα μαθήματα, ἀλλ' ἐκ πολλῆς συνουσίας γιγνομένης περὶ τὸ πρᾶγμα αὐτὸ καὶ τοῦ συζῆνι ἐξαιφνης, οἷον ἀπὸ πυρὸς πηδῆσαντος ἐξαφθὲν φῶς, ἐν τῇ ψυχῇ γενόμενον αὐτὸ ἑαυτὸ ἤδη τρέφει».

όποιο δέν πρέπει και δέν μπορεί νά λεχθεῖ ἡ φιλοσοφία. Δέν κρίνονται μᾶλλον ἱκανοποιητικὲς οἱ ἀπαντήσεις πού ἔχουν δοθεῖ μέχρι σήμερα, ὅτι δηλαδή ἡ φιλοσοφία δέν μπορεί νά λεχθεῖ, πρὶν ὠριμάσει, δηλαδή ἔχει προετοιμαστεῖ σὲ ἱκανοποιητικὸ βαθμὸ ὁ ἀποδέκτης¹⁴, διότι τότε εἶναι ἀναγκαῖο νά προσδιοριστεῖ ὁ βαθμὸς καὶ τὰ ὅρια τῆς ὠριμότητος κάθε ἀκροατῆ ἢ ἀναγνώστη. Πρέπει δηλαδή πρωτίστως νά ἐξευρεθεῖ τὸ σημεῖο ἐκεῖνο τῆς ὠριμότητος, στὸ ὅποιο ὅταν φτάσει ὁ ἄνθρωπος, μπορεί νά ἀκούει, νά ἀναγιγνώσκει, νά λέγει ἢ νά γράφει τὴ φιλοσοφία. Τὸ συμπέρασμα, πού προκύπτει ἀπὸ τὴν ἐρμηνεία αὐτὴν, εἶναι ὅτι ἡ φιλοσοφία δέν εἶναι ἀπρόρρητη γενικὰ καὶ ἀόριστα, δηλαδή ἄνευ ὄρων, πρᾶγμα πού σημαίνει ὅτι ὑπὸ ὄρους εἶναι ρητῆ. Τότε ὅμως ἡ φιλοσοφία δέν θὰ ἦταν πάντοτε ἀπρόρρητη, ὅπως θέλει νά τὴν ἐμφανίσει ὁ Πλάτων, ἀλλὰ μόνον ἐνίοτε ἢ κάτω ἀπὸ ὀρισμένες συνθήκες, πρᾶγμα πού δέν θὰ ἦταν σύμφωνο μὲ τὴν πάγια θέση του, κατὰ τὴν ὁποία ἡ φιλοσοφία δέν εἶναι σὲ κάθε περίπτωση ρητῆ ὅπως τὰ ἄλλα μαθήματα, καθὼς εἶδαμε. Τὸ ὅτι τὰ ἀπρόρρητα, ἀκόμη καὶ μὲ τὴν ἐκπλήρωση τῶν ἀναγκαίων ὄρων, δέν μποροῦν νά γίνουν ρητά, ἔχει ἤδη ἐπισημανθεῖ. Ἐδῶ πρέπει νά διευκρινισθεῖ ὅτι τὰ ἀπρόρρητα δὲν παραμένουν παντελῶς ἄρρητα, ὅπως ἰσχυρίζονται ὀρισμένοι¹⁵, ἀλλὰ μὴ ρητὰ ὅπως τὰ ἄλλα μαθήματα. Μὲ τὸ ἴδιο σκεπτικὸ θὰ μπορούσε ἐπίσης νά συμπεράνει κανεὶς ὅτι ἡ φιλοσοφία δέν εἶναι ἀπρόρρητη γενικὰ καὶ ἀόριστα, ἀλλὰ μόνον σὲ σχέση μὲ τὰ ἄλλα μαθήματα, πρᾶγμα πού σημαίνει ὅτι ὑπὸ ὀρισμένη ἔννοια δέν εἶναι ἀπρόρρητη ἀλλὰ ρητῆ.

Ἄν τὰ πράγματα ἔχουν ἔτσι, τότε πρέπει νά ἀναζητηθεῖ ὁ ἰδιαίτερος τρόπος, μὲ τὸν ὅποιο ἡ φιλοσοφία εἶναι ρητῆ. Ἡ μέθοδος αὐτὴ δέν εἶναι ἄλλη ἀπὸ τὸ αἰνίγμα, ἂν δώσουμε πίστη στοὺς ἀκροατὲς τοῦ Πλάτωνα κατὰ τὴ διάλεξή του γιὰ τὸ ἀγαθό, πού εἶναι ἡ κορύφωση τῆς φιλοσοφίας του. Ὅλες οἱ μαρτυρίες συγκλίνουν στὸ ὅτι ὁ Πλάτων εἶπε τὴ φιλοσοφία του κατὰ τρόπον αἰνιγματικὸ¹⁶. Τὰ λόγια ὅμως πού ἐκφέρονται ἔτσι δέν εἶναι ἀκόμη καθαρὴ φιλοσοφία, ἀλλὰ μιὰ ὑποτυπώδης καὶ ἐμβρυώδης μορφή της πού λέγεται «παιδιά», δηλαδή παιχνίδι¹⁷. Εἶναι αὐτὰ πού σπέρνουμε στοὺς κήπους τοῦ Ἄδωνη, ὥστε μὲ κανέναν τρόπο δέν πρέπει νά θεωρηθοῦν ἀληθινὴ φιλοσοφία, παρὰ μόνον ἴχνη της¹⁸. Ἀπὸ τὸ παιχνίδι ὅμως αὐτὸ θὰ προκύψει ἡ φιλοσοφία, ἡ ὁποία συνίσταται στὴν ἐπίλυση τοῦ ἐκάστοτε τιθέμενου αἰνίγματος. Μὲ τὴν ἔννοια αὐτὴν ἡ φιλοσοφία, ἀποκτώντας ὄχι στατικὴ ἀλλὰ δυναμικὴ μορφή, οὔτε λέγεται οὔτε γράφεται ὅπως τὰ ἄλλα μαθήματα. Ἄν ὡστόσο λεχθεῖ ἢ γραφεῖ, χάνει τὴν οὐσία καὶ τὴν ταυτότητά της, ἀφοῦ δέν εἶναι πιά φιλοσοφία, διότι ὅταν τὴν ἀκούει κανεὶς ἢ τὴ διαβάξει, δέν αὐτενεργεῖ, ἀλλὰ παραμένει ἀπλῶς παθητικὸς δέκτης ἐνὸς ἀποστεωμένου λόγου. Φιλοσοφία ὅμως εἶναι ἐνέργεια τοῦ νοῦ, καὶ ἐπομένως ἐμφανίζεται ὅσο ὁ νοῦς ἐνεργεῖ. Παράγεται δὲ ἀπὸ τὴν πολλὴ συναναστροφή (*συνουσία*) καὶ συνύπαρξη (*συζῆν*) δηλαδή ἀπὸ τὸ ἀντικείμενο ἔρευνας, πού σὰν φῶς ξεπηδᾷ ἀπὸ τὴ φωτιὰ καὶ τρέφεται ἀπὸ τὸν ἴδιο τὸν ἑαυτὸν της¹⁹. Σημαντικὸ εἶναι νά τονισθεῖ ἐδῶ ὅτι ἡ φιλοσοφία ὑπάρχει, μόνον ὅταν εἶναι ζωντανὴ καὶ τὸ σκεπτόμενο πρόσωπο ἐξετάζει τὸ ἐκάστοτε ὑπὸ

¹⁴ Th. A. Szlezák (2004), *Πῶς νά διαβάζουμε τὸν Πλάτωνα*. Μετ. Π. Κοτζιά. Αθήνα, Ἐκδ. Θύραθεν, 114-5.

¹⁵ Α. Μάνος (2007), *Πλατωνικὴ φιλοσοφία. Μιὰ ἱερὴ τετρακτὺς ἀποριῶν*. Αθήνα, Ἐκδ. Καστανιώτη, 194-195.

¹⁶ W.D. Ross (1955), *Aristotelis, Fragmenta Selecta* (Περὶ τάγαθοῦ), Oxonii e Typographeo Clarendiano, 117: «ἀνεγράμμαντο τὰ ρηθέντα αἰνιγματωδῶς ὡς ἐρρήθη», 118: «τὰ ἐν τῇ περὶ τάγαθοῦ συνουσία αἰνιγματωδῶς ρηθέντα». Πβ. K. Gaiser (1980), Plato's Enigmatic Lecture "On the Good", *Phronesis*, 25, 1, 5-37.

¹⁷ Ὁ *Παρμενίδης* (137 b2), γιὰ παράδειγμα, πού θεωρεῖται παγκοίνως τὸ ὀραιότατο καλλιτέχνημα τῆς ἀρχαίας διαλεκτικῆς, ἀποκαλεῖται ἀπὸ τὸν Πλάτωνα «παιδιά», δηλαδή παιχνίδι.

¹⁸ Πλάτ., *Φαῖδρ.*, 276 b κ.έξ. Πβ. G. Ch. Koumakis (1971), *Platons Parmenides Zum Problem seiner Interpretation*. Bonn, Bouvier Verlag, σ. 24 κ.έξ.

¹⁹ Πλάτ., *Ζ' Ἐπ.*, 341 c-d. A.-O. Richard (1986), *L' enseignement oral de Platon*. Paris: W. Wieland (1982), *Platon und die Formen des Wissens*. Göttingen.

διερεύνηση θέμα, παύει δὲ νὰ ὑφίσταται, ὅταν ἐπέλθει ὁ διαχωρισμὸς τῶν δύο ὄντοτήτων, τοῦ ἐγῶ, δηλαδή τοῦ ἐρευνῶντος ἀτόμου, καὶ τοῦ πρὸς διερεύνηση ἀντικειμένου, ὅταν δηλαδή ὁ νοῦς δὲν αὐτενεργεῖ. Ἐπομένως, εἴτε προφορικὰ εἴτε γραπτὰ λέγεται ἡ φιλοσοφία, εἴτε δηλαδή ἀκούγεται εἴτε διαβάζεται, δὲν εἶναι πιὰ φιλοσοφία, διότι δὲν ἐνεργεῖ ὁ νοῦς γιὰ νὰ τὴ βρεῖ, ὥστε νὰ τῆς δώσει σάρκα καὶ ὄστᾶ, ἀλλὰ ἀπλῶς τὴν δέχεται ὡς ἔτοιμη τροφή, πρᾶγμα ποῦ εἶναι ξένο καὶ ἀλλότριον πρὸς τὴν οὐσία καὶ τὴ φύση τῆς, ἀφοῦ αὐτὸ δὲν συνιστᾶ τὴν ὄντοτήτά της. Ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι δὲν εἶναι ἀποδεκτὴ μιὰ οὐσιαστικὴ διαφοροποίηση τοῦ γραπτοῦ ἀπὸ τὸν προφορικὸ λόγον²⁰, ὅπως κάνουν οἱ ὀπαδοὶ καὶ θιασῶτες τῆς λεγόμενης ἄγραφης διδασκαλίας τοῦ Πλάτωνα, οἱ ὁποῖοι ὑποστηρίζουν ὅτι ἡ φιλοσοφία μόνον λέγεται ἀλλὰ δὲν γράφεται²¹. Τὸ νὰ τεθεῖ ὁ νοῦς σὲ ἐνέργεια μὲ βάση τὸ προβαλλόμενον αἴνιγμα πρὸς ἐπίλυσή του ἀποτελεῖ τὴν ἀναζήτηση τῶν «τιμιωτέρων», ἐκείνων δηλαδή ποῦ ἔχουν τὴ μέγιστη ἀξία. Γιὰ νὰ ἀποκαλυφθοῦν ὅμως αὐτά, ὀφείλει ἐκεῖνος ποῦ ἔχει διατυπώσει τὸ αἴνιγμα, νὰ τὰ ἔχει στοχαστεῖ ἐκ τῶν προτέρων, ὥστε νὰ τὰ συμπεριλάβει στὸν προφορικὸ ἢ τὸν γραπτὸ τοῦ λόγον²². Αὐτὰ ὅμως παραμένουν κρυμμένα μέχρι τὴν ἀνακάλυψή τους ἀπὸ τὸν ἀναγνώστη ἢ τὸν ἀκροατὴ. Ἡ φιλοσοφία λοιπὸν τοῦ Πλάτωνα καὶ ἴσως κάθε φιλοσοφία εἶναι «ἀπόρρητη» ἀλλὰ ὄχι ἀπόρρητη ὅπως ἐκείνη τῶν Πυθαγορείων. Ὑπάρχει πάντως στενὴ καὶ ἀρραγὴ σχέση μεταξύ τῶν δύο κατευθύνσεων.

Ἡ προσπάθεια νὰ ἐπιλύσει κανεὶς τὸ αἴνιγμα ἀποτελεῖ τὴν πορεία τῆς διαλεκτικῆς πρὸς τὴν ἰδέα τοῦ ἀγαθοῦ²³, ἡ ὁποία εἶναι ἡ αἰτία ὅλων τῶν καλῶν καὶ ὠραίων πραγμάτων²⁴. Γι' αὐτὸ τόσο ὁ νοητὸς ὅσο καὶ ὁ ὀρατὸς κόσμος εἶναι ἄριστος καὶ κάλλιστος, δηλαδή στὸν ὕψιστο βαθμὸ καλὸς καὶ ὠραῖος²⁵. Ἡ ἰδέα τοῦ ἀγαθοῦ ὀνομάζεται ἀπὸ τὸν Πλάτωνα πατέρας καὶ δημιουργὸς τοῦ παντός, δηλαδή ὀλόκληρου τοῦ κόσμου. Ἐπειδὴ ὅμως τὸ κατανοοῦν ἐξομοιώνεται μὲ τὸ κατανοούμενον (*Τίμ.*, 90 d 4), ὁ πατέρας καὶ δημιουργὸς τοῦ παντός ταυτίζεται μὲ τὸν κόσμον. Σημειώνει ἐπίσης ὅτι τὸν πατέρα τοῦ παντός, δηλαδή τὴν ἰδέα τοῦ ἀγαθοῦ, εἶναι πολὺ δύσκολο ἔργο νὰ τὴν βρεῖ κανεὶς, ἀλλὰ καὶ ἂν τὴν βρεῖ εἶναι ἀδύνατο νὰ τὴν πεῖ σὲ ὄλους²⁶. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι ἡ διαλεκτικὴ, δηλαδή ἡ γνήσια καὶ αὐθεντικὴ φιλοσοφία τοῦ Πλάτωνα κατὰ τὸ πρότυπο τῶν Πυθαγορείων δὲν ἀπευθύνεται πρὸς ὄλους ἀλλὰ μόνον πρὸς ὀλίγους, οἱ ὁποῖοι κατέχουν τὴν ἐπιστήμη. Πρόκειται γιὰ τοὺς γνωρίζοντες (*εἰδότας*), οἱ ὁποῖοι κατέχουν τὰ *τιμιώτερα*, δηλαδή τὰ πολυτιμότερα, ὅπως ρητὰ ἀναφέρεται στὸν *Φαῖδρον*²⁷. Ὡς πρὸς τὰ ἄλλα θέματα, τὰ ὁποῖα δὲν συνιστοῦν διαλεκτικὴ, μπορεῖ δικαιολογημένα νὰ ὑποστηριχθεῖ ὅτι ὁ Πλάτων δὲν ἀπευθύνεται μόνον στὸ «μορφωμένο πλατὺ κοινὸ» ἀλλὰ πρὸς ὄλους²⁸. Ἡ ἰδέα τοῦ ἀγαθοῦ εἶναι αὐτὴ ποῦ συνέχει καὶ συνδέει τόσο τὸν ὀρατὸ ὅσο καὶ τὸν νοητὸ κόσμον,

²⁰ Πλάτ., *Ζ' Ἐπ.*, 341 d 2-3: «καίτοι τοσόνδε γε οἶδα, ὅτι γραφέντα ἢ λεχθέντα ὑπ' ἐμοῦ βέλτιστ' ἂν λεχθεῖν». Πβ. Γ.Χ. Κουμάκης (2008), *Τὰ λεγόμενα ἄγραφα δόγματα τοῦ Πλάτωνα*, στί: Γ.Χ. Κουμάκης, *Πολίτευμα καὶ ἦθος. Ἡ διαλεκτικὴ καὶ τὰ «ἄγραφα δόγματα» κατὰ Πλάτωνα*. Αθήνα, Ἐκδ. Συμμετρία, 17-44.

²¹ Th. A. Szlezák, *Πῶς νὰ διαβάζουμε...*, μνημ. ἔργο, 96-97.

²² Πλάτ., *Φαῖδρ.*, 278 d 8 – e 2: «Οὐκοῦν αὐτὸν μὴ ἔχοντα τιμιώτερα ὧν συνέθηκεν ἢ ἔγραψεν... ἐν δίκῃ που ποιητὴν ἢ λόγων συγγραφέα ἢ νομογράφον προσερεῖς;».

²³ Πλάτ., *Πολ.* Ζ 532 a 7 – b 4: «καὶ μὴ ἀποστῆ πρὶν ἂν αὐτὸ ὃ ἔστιν ἀγαθὸν αὐτῇ νοήσει λάβῃ, ἐπ' αὐτῷ γίγνεται τῷ τοῦ νοητοῦ τέλει... οὐ διαλεκτικὴν ταύτην τὴν πορείαν καλεῖς;». Πβ. Γ.Χ. Κουμάκης (2013), *Περὶ τοῦ νοητοῦ καὶ ὀρατοῦ κόσμου κατὰ Πλάτωνα*, στί: Κ. Καλαχάνης (ἐπιμ.), *Φιλοσοφία καὶ κοσμολογία*. Πειραιεύς, Αἰγιῆς, 43-70.

²⁴ Πλάτ., *Πολ.* Ζ, 517 c 1-2· Β 379 b 15-16.

²⁵ Πλάτ., *Τίμ.*, 92 c: «μέγιστος καὶ ἄριστος κάλλιστός τε καὶ τελεώτατος».

²⁶ *Αὐτόθι*, 28 c 3-5: «τὸν μὲν οὖν ποιητὴν καὶ πατέρα τοῦδε τοῦ παντός εὐρεῖν τε ἔργον καὶ εὐρόντα εἰς πάντας ἀδύνατον λέγειν».

²⁷ Πλάτ., *Φαῖδρ.*, 276 a 5-7: «Ὅς μετ' ἐπιστήμης γράφεται ἐν τῇ τοῦ μανθάνοντος ψυχῇ»· 278 d8-9: «Οὐκοῦν αὐτὸν μὴ ἔχοντα τιμιώτερα ὧν συνέθηκεν ἢ ἔγραψεν».

²⁸ Th. A. Szlezák, *Πῶς νὰ διαβάζουμε...*, μνημ. ἔργο, 55.

δηλαδή τὸ σύμπαν²⁹. Ὁ κάλλιστος ὁμως δεσμός προέρχεται ἀπὸ τὴν ἀναλογία, ἢ ὅποια τὰ κάνει ὅλα ἓνα³⁰. Ὁ δεσμός αὐτός, δηλαδή τὸ ἓνα, εἶναι ἡ ἰδέα τοῦ ἀγαθοῦ³¹. Κοινὸ σημεῖο ἀνάμεσα στὸν Πλάτωνα καὶ τοὺς Πυθαγορείους εἶναι ὅτι τὸ ἓνα, δηλαδή τὸ ἀγαθὸν εἶναι ἀρχὴ καὶ μάλιστα ἡ πρώτη καὶ «ἀνυπόθετος ἀρχή»³². Γιὰ τοὺς Πυθαγορείους, σύμφωνα μὲ τὴν ἄποψη ὀρισμένων, τὸ ἓνα εἶναι μὲν ἀρχή, ἀλλὰ μία μεταξὺ τῶν δέκα, πὺ ἀριθμοῦνται κατὰ συστοιχίαν. Ὁ ἀριθμὸς δέκα κατὰ τοὺς Πυθαγορείους εἶναι τέλειος ἀριθμὸς, ἀφοῦ περιέχει ὅλη τὴ φύση τῶν ἀριθμῶν. Οἱ δὲ πλανῆτες στὸν οὐρανὸ εἶναι ἐπίσης δέκα³³. Ὁ Ἀριστοτέλης βρίσκει πῶς πιθανὴ τὴν ἄποψη αὐτὴν τῶν Πυθαγορείων –τὴν ὅποια ἀκολούθησε καὶ ὁ Σπεύσιππος– παρὰ ἐκείνη τοῦ Πλάτωνα³⁴.

Ἡ τάξη καὶ ἡ ἄρμονία τόσο τοῦ νοητοῦ ὅσο καὶ τοῦ ὄρατοῦ κόσμου προέρχονται μᾶλλον κατὰ τὸ πρότυπο τῶν Πυθαγορείων ἀπὸ τὶς ἀναλογίες καὶ τὶς συμμετρίες πὺ ἐνυπάρχουν σ' αὐτόν³⁵, ἐνῶ πρὶν ἀπὸ αὐτὲς ὁ κόσμος ἦταν χωρὶς μέτρο, λόγο καὶ τάξη³⁶. Γι' αὐτὸ ἡ συμμετρία εἶναι συστατικὸ στοιχεῖο τῆς ἰδέας τοῦ ἀγαθοῦ μαζὶ μὲ τὴν ἀλήθεια καὶ τὴν ὁμορφιά³⁷. Οἱ συμμετρίες ὁμως –ὅπως ἄλλωστε ὅλα τὰ ὄντα κατὰ τὸν Πλάτωνα– εἶναι δύο εἰδῶν, ἀληθινὲς καὶ φαινομενικὲς³⁸, δηλαδή τόσο ὄρατὲς καὶ ἐφήμερες ὅσο καὶ ἀληθινὲς καὶ αἰώνιες³⁹. Ὁ κόσμος αὐτὸς εἶναι στὸ ἔπακρον ὠραῖος, ἐπειδὴ κατὰ τὴ δημιουργία τοῦ εἶχε ὡς πρότυπο τὸν αἰώνιον, τέλειον καὶ ἀληθινόν, πρὸς τὸν ὅποῖον καὶ ὁμοιώθηκε⁴⁰. Εἶναι δὲ καλός, εὐμορφος καὶ τέλειος μὲ τὶς συμμετρίες καὶ ἀναλογίες του, ἐπειδὴ εἶναι ἀπείκασμα καὶ ὁμοίωμα τοῦ ἰδεατοῦ κόσμου⁴¹. Ἀπὸ τὸν Πλάτωνα ἴσως ἐπηρεάστηκε ὁ Leibniz, ὁ ὅποιος εἶπε τὸ περίφημο ἐκεῖνο: «ὁ κόσμος αὐτὸς εἶναι ὁ ἄριστος ἀπὸ ὅλους τοὺς πιθανοὺς κόσμους»⁴². Τὸ κοσμοεἶδωλο αὐτὸ τοῦ Πλάτωνα εἶναι μᾶλλον πυθαγορικῆς προέλευσης, ἀφοῦ ὁ Πυθαγόρας ἦταν ἐκεῖνος, πὺ πρῶτος ὀνόμασε τὸ σύμπαν κόσμος, λόγω τῆς τάξης πὺ ἐπικρατεῖ σ' αὐτόν, ἔχει δὲ σχῆμα σφαίρας⁴³. Κατὰ τὴν ἄποψη ὀρισμένων, ἡ ὀνομασία αὐτὴ ἀποδόθηκε ἀπὸ μὲν τὸν Θεόφραστο στὸν Παρμενίδη, ἀπὸ δὲ τὸν Ζήνωνα στὸν Ἡσίοδο⁴⁴.

Ὁ Πλάτων παραδίδει ὅτι οἱ σοφοὶ εἶχαν ὀνομάσει πρὶν ἀπὸ τὸν ἴδιο τὸν οὐρανὸν κόσμος, δηλαδή κόσμημα καὶ στολίδι, ἐπειδὴ κατανόησαν ὅτι τὸν οὐρανὸ, τὴ γῆ, τοὺς θεοὺς καὶ τοὺς ἀνθρώπους συνέχουν ἢ φιλία, ἢ κοσμιότητα, ἢ σωφροσύνη καὶ ἢ δικαιοσύνη. Προσθέτει ἐπίσης ὅτι, γιὰ νὰ ὑπάρξει αὐτὴ ἡ τάξη καὶ κοσμιότητα, ἀντὶ

²⁹ Πλάτ., *Φαίδ.*, 99 c: «καὶ ὡς ἀληθῶς τὸ ἀγαθὸν καὶ δέον συνδεῖν καὶ συνέχειν οὐδὲν οἴονται».

³⁰ Πλάτ., *Τίμ.*, 31 c.

³¹ Πλάτ., *Ἐπιν.*, 991 e. W.D. Ross, *Aristotelis...*, *μημη. ἔργο* (Περὶ τὰγαθοῦ), 111: «καὶ τὸ πέρας ὅτι ἀγαθὸν ἐστὶν ἔν» Ἀριστ., *Μ.τ.φ.*, N 4, 1091 b13-15: «τῶν δὲ τὰς ἀκινήτους οὐσίας εἶναι λεγόντων οἱ μὲν φασὶν αὐτὸ τὸ ἐν τὸ ἀγαθὸν αὐτὸ εἶναι: οὐσίαν μὲντοι τὸ ἐν αὐτοῦ ὄντο εἶναι μάλιστα»· *Ἡθ. Εὐδ.*, A 8, 12-13, 1218 a 20-21: «διὰ τὸ εἶναι τὸ ἐν αὐτὸ τὸ ἀγαθόν».

³² Πλάτ., *Πολιτ.*, ΣΤ, 511 b 6-7· Ἀριστ., *Μ.τ.φ.*, A 9, 992 a 9.

³³ Ἀριστ., *Μ.τ.φ.*, A 5, 986 a 8-26: «ἕτεροι δὲ τῶν αὐτῶν τούτων τὰς ἀρχὰς δέκα λέγουσιν εἶναι τὰς κατὰ συστοιχίαν λεγομένας... ἐν πλῆθος».

³⁴ Ἀριστ., *Ἡθ. Νικ.*, H 6, 1096 b 5-7.

³⁵ Πλάτ., *Τίμ.*, 32 b-c· 56 c· 69 b.

³⁶ *Αὐτόθι*, 30 a· 69 b3.

³⁷ Πλάτ., *Φίληβ.*, 64 e – 65 a: «τὸ ἀγαθὸν θηρεῦσαι... κάλλει καὶ συμμετρίᾳ καὶ ἀληθείᾳ».

³⁸ Πλάτ., *Σοφ.*, 235 e – 236 a.

³⁹ Πλάτ., *Φαίδ.*, 79 a· *Τίμ.*, 27 d – 28 a.

⁴⁰ Πλάτ., *Τίμ.*, 28 a, 31 b.

⁴¹ *Αὐτόθι*, 30 b-d, 53 a· Πλάτ., *Ἐπιν.*, 977 b.

⁴² M.B. Rutgers (ed.), *Leibniz Discussion. First Annual Conference of the Leibniz Society of North America*. University of California-San Diego· G.W. Leibniz (1997), *Ἡ μοναδολογία (La monadologie)*. Μετ. Στ. Λαζαρίδη, Θεσσαλονίκη, Υπερίων· Τοῦ αὐτοῦ (1992), *Μεταφυσικὴ πραγματεία (Discours de metaphysique)*. Μτρ. Π. Καϊμάκης, Θεσσαλονίκη, Βάνιας.

⁴³ H. Diels – W. Kranz (2005), *Οἱ προσωκρατικοί. Οἱ μαρτυρίες καὶ τὰ ἀποσπάσματα*. Τόμ. Α' (Πυθαγόρας). Ἀπόδοση στὰ ἑλληνικὰ Β.Α. Κύρκος. Αθήνα, Ἐκδ. Παπαδήμα, ἀπόσπ. 21 (1, 247), ἀπόσπ. 44 (1, 449).

⁴⁴ *Αὐτόθι*, (Παρμενίδης), ἀπόσπ. 44 (1, 449). Πβ. *αὐτόθι*, A 1 (1 429).

τῆς ἀταξίας καὶ τῆς ἀκοσμίας, πρέπει νὰ χρησιμοποιηθεῖ ἡ γεωμετρικὴ ἀναλογία, ἡ ὁποία ἔχει μέγιστη δύναμη τόσο στοὺς θεοὺς ὅσο καὶ στοὺς ἀνθρώπους⁴⁵. Ἀπὸ τὰ παραπάνω συνάγεται ὅτι προϋπόθεση τῆς συμμετρίας εἶναι ἡ ἀναλογία. Αὐτὸ καταφαίνεται ἐκτὸς τῶν ἄλλων καὶ ἀπὸ τὸ γεγονός ὅτι τὰ ἴσα, τὰ διπλάσια κ.ο.κ., τὰ ὁποῖα διέπονται ἀπὸ μαθηματικούς λόγους, ὀνομάζονται ἀπὸ τὸν Πλάτωνα συμμετρίες⁴⁶. Ἡ ἀρμονία ὅμως ὡς ἀπότοκος τῶν ἀναλογιῶν, ποὺ παρατίθενται στὴν *Ἐπινομίδα*⁴⁷, καὶ περιέχει ὅλες τὶς ἐπιμέρους ἀναλογίες εἶναι μᾶλλον πυθαγορικῆς προέλευσης⁴⁸. Ἡ φιλοσοφία ὀνομάζεται ἀπὸ τὸν Πλάτωνα μέγιστη μουσικῆ⁴⁹. Στὸς τέσσερις ὅρους τῆς πυθαγορικῆς προέλευσης ἀρμονίας 6, 9, 8, 12, περιέχονται καὶ οἱ τρεῖς ἀναλογίες, ἤτοι ἀριθμητικῆ, ἀρμονικῆ καὶ γεωμετρικῆ⁵⁰. Τοῦτο δὲ διότι τὸ 9 εἶναι ὁ μέσος ἀριθμητικὸς καὶ ὁ 8 ὁ μέσος ἀρμονικὸς τῶν 6 καὶ 12, δηλαδὴ τῶν δύο ἄκρων. Ὑπάρχει ἐπίσης καὶ ἡ γεωμετρικὴ ἀναλογία, διότι $8/6 = 12/9 = 4/3$.

Ὁ Πρόκλος δέχεται μὲν ὅτι ὑπάρχουν τρεῖς μεσότητες, ποὺ συμπληρώνουν τὴν ψυχὴ τοῦ κόσμου, ἀλλ' αὐτὸ ἐπιτυγχάνεται κατὰ διαφορετικὸ τρόπο. Συγκεκριμένα, ἡ ἀριθμητικὴ μεσότης συντελεῖται μὲ τὶς πλευρὲς τοῦ τριγώνου 3, 4, 5. Τὸ 4 εἶναι ὁ ἀριθμητικὸς μέσος ὅρος τῶν 3 καὶ 5, διότι $3+5 = 8/2 = 4$, ἡ ἀρμονικὴ μὲ τὶς πλευρὲς περὶ τὴν ὀρθὴ γωνία καὶ τὸ ἐμβαδόν, δηλαδὴ 3, 4, 6. Τὸ 4 εἶναι ὁ ἀρμονικὸς μέσος ὅρος τοῦ 3 καὶ τοῦ 6, ἀφοῦ $2x(3x6)/3+6 = 36/9 = 4$. Ἡ γεωμετρικὴ ἰσότης, τέλος, συνίσταται ἀπὸ τὴν περίμετρο τῶν τριῶν πλευρῶν ποὺ εἶναι τὸ 12 (= 3+4+5), τὸ ἐμβαδόν ποὺ εἶναι 6 καὶ τὴν ἐλάχιστη πλευρὰ ποὺ εἶναι 3. Συνεπῶς ἔχουμε: $12/6 = 6/3$. Ὁ Πρόκλος ἀναφέρει τὸ μήκος τῶν τριῶν πλευρῶν, ποὺ εἶναι ἡ τριάδα, ἡ τετράδα καὶ ἡ πεντάδα, δηλαδὴ 3, 4, 5, τὴν περίμετρο τοῦ τριγώνου, ποὺ εἶναι 12 καὶ τὸ ἐμβαδόν αὐτοῦ ποὺ εἶναι τὸ 6, δηλαδὴ ἡ δωδεκάδα καὶ ἡ ἐξάδα ἀντίστοιχα. Τὸ τρίγωνο αὐτὸ λέγεται πρῶτο τρίγωνο, διότι εἶναι τὸ πρῶτο ὀρθογώνιο τρίγωνο, ποὺ οἱ πλευρὲς του εἶναι ρητοὶ ἀριθμοί, 3, 4, 5, εἶναι δὲ ἡμιτρίγωνο ἰσοσκελοῦς τριγώνου καὶ λέγεται ζωογονικὸ κατὰ τὸν Πρόκλο, διότι εἶναι οἰκεῖο στὴ γένεση καὶ ἐνυπάρχουν σ' αὐτὸ ὅλοι οἱ ζωογονικοὶ λόγοι, δηλαδὴ διπλάσιος, τριπλάσιος, κ.ἄ., ποὺ ἀποτελοῦν τοὺς ἑπτὰ ὅρους τῆς ψυχογονίας⁵¹. Λέγεται δὲ καὶ κοσμικὸ, ἐπειδὴ οἱ πλευρὲς του εἶναι ἀρχὲς τῶν κοσμικῶν σχημάτων, δηλαδὴ ἡ τετράς τοῦ τετραγώνου, ἀπὸ τὸ ὁποῖο σχηματίζεται ὁ κύβος, ποὺ συμβολίζει τὴ γῆ, ἡ τριάς τοῦ τριγώνου, τὸ ὁποῖο γεννᾷ τὰ τρία κοσμικὰ στοιχεῖα, δηλαδὴ τὴν πυραμίδα, τὸ ὀκτάεδρο καὶ τὸ εἰκοσάεδρο, ἡ πεμπάς, τέλος, χρησιμεύει ὡς ἀρχὴ τοῦ πενταγώνου, τὸ ὁποῖο συμπληρώνει τὸ

⁴⁵ Πλάτ., *Γοργ.*, 507 e – 508 a: «φασὶ δ' οἱ σοφοί, ὃ Καλλίκλεις, καὶ οὐρανὸν καὶ γῆν καὶ θεοὺς καὶ ἀνθρώπους τὴν κοινωνίαν συνέχειν καὶ φιλίαν καὶ κοσμιότητα καὶ σωφροσύνην καὶ δικαιοσύνην. καὶ τὸ ὅλον τοῦτο διὰ ταῦτα κόσμον καλοῦσιν, ὃ ἑταῖρε, οὐκ ἀκοσμίαν οὐδὲ ἀκολασίαν».

⁴⁶ Πλάτ., *Πολιτ.*, Z, 530 a1: «ἴσων ἢ διπλασίων ἢ ἄλλης τινὸς συμμετρίας».

⁴⁷ Πλάτ., *Ἐπιν.*, 991 e.

⁴⁸ Jamblich (Ἰάμβλιχος) (2002), *Περὶ τοῦ Πυθαγορείου βίου, Pythagoras, Legende-Lehre-Lebensgestaltung*. Hrsg. M. von Albrecht, et alii, Darmstadt, WBG, κεφ. 115-118, σσ. 108-111· Πλουτάρχου, *Ἠθικά*, 13-15, 1018 b – 101 d. Πβ. H. Cherniss (1978), *Plutarch's Moralia*, XIII, 1 with English Translation, Cambridge-London, Harvard University Press, LCL, σσ. 278-290. Πβ. X. Σπυρίδης (2006), *Ἀναλυτικὴ γεωμετρία γιὰ τὴν πυθαγόρειο μουσικὴ*. Θεσσαλονίκη, Grapholine· Τοῦ αὐτοῦ (2014), *Αἱ καθ' Ἀρμονικὴν Πυθαγόρειαι δόξαι*. Ἀθήνα· Τοῦ αὐτοῦ (2008), *Πλάτωνος Τίμαιος, Γένεση ψυχῆς κόσμου*. Θεσσαλονίκη, Grapholine· Τοῦ αὐτοῦ (2015), *Περὶ τοῦ ζωογονικοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου οὕτινος οἱ ἀριθμοὶ τῶν πλευρῶν τριάς τετράς πεντάς, ὁ ἐκ πάντων δωδεκάς καὶ τὸ ἐμβαδὸν ἐξάς*, στό: K. Καλαχάνης (ἐπιμ.), *Φιλοσοφία καὶ κοσμολογία*. Τόμ. 3. Πειραιεύς, Αἰγιῆς, 61-70· E. Μουτσόπουλος (2010), *Ἡ μουσικὴ στό ἔργο τοῦ Πλάτωνος*. Ἀθήνα, Σύλλογος πρὸς διάδοσιν ὠφελίμων βιβλίων. Μετάφραση ἀπὸ τὰ γαλλικά: E. Moutsopoulos (1989), *La musique dans l'oeuvre de Platon*. Paris, P.U.F.

⁴⁹ Πλάτ., *Φαῖδ.*, 61 a 3: «ὡς φιλοσοφίας οὔσης μεγίστης μουσικῆς».

⁵⁰ Πβ. Γ.Χ. Κουμάκης (2014), Ὁ φιλόσοφος-Κυβερνήτης στὴν *Ἐπινομίδα* τοῦ Πλάτωνος, *Ἑλληνικὴ Φιλοσοφικὴ Ἐπιθεώρηση*, 31, 3-26. Μετάφραση στὰ ἀγγλικά: G.H. Koumakis (2015), *The Philosopher-Ruler of the Ideal City according to Plato's Epinomis, Diotima, Revue de Recherche Philosophique*, 43, 28-41.

⁵¹ Procli Diadochi (1901), *In Platonis rem publicam commentarii*. Ed. G. Kroll, vol. II. Lipsiae, Teubner, 42, 11-43, 17.

δωδεκάεδρο, με τὸ ὁποῖο διαμόρφωσε τὸν οὐρανό, δηλαδή τὸν κόσμον ὁ δημιουργὸς στὸν *Τίμαιο* τοῦ Πλάτωνα. Ὁ Πρόκλος συμπεραίνει ὅτι εὐλόγα τὸ ἐν λόγῳ τρίγωνο ὀνομάζεται κοσμικό, μεταξὺ ἄλλων καὶ ἀπὸ τοὺς σοφούς, οἱ ὁποῖοι ἐξιστόρησαν τὶς ὑποθέσεις τῶν Αἰγυπτίων. Ἰσχυρίζονται ὅτι αὐτὸ περιέχει τὶς ἀρχὲς ὄλων τῶν πραγμάτων, ἀφοῦ οἱ ἀριθμοὶ τῶν τριῶν πλευρῶν τοῦ τριγώνου, 3, 4, 5 χαρακτηρίζονται ἀπὸ τὸν Πρόκλο εἰκόνες τῶν πρώτων αἰτίων⁵². Ὁ Πρόκλος –ὅπως εἶδαμε– ὀνομάζει τὸ ἐν λόγῳ τρίγωνο πρῶτο, ἐπειδὴ εἶναι ὀρθογώνιο, τὰ δὲ μήκη τῶν πλευρῶν του ἐκφράζονται μὲ ρητοὺς ἀριθμούς⁵³. Ὁ ὀρισμὸς αὐτὸς τοῦ πρώτου τριγώνου εἶναι σημαντικός, διότι ὁ Πλούταρχος στο ἔργο του *Πλατωνικὰ ζητήματα* λέγει ὅτι κάθε ἰσογώνιο καὶ ἰσόπλευρο πεντάγωνο τοῦ δωδεκαέδρου σύγκειται ἀπὸ τριάντα πρῶτα σκαληνὰ τρίγωνα καὶ ἐπομένως τὸ γεγονός αὐτὸ τὸ θεωρεῖ ἀπομίμηση τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου καὶ τοῦ ἔτους⁵⁴. Ἀφοῦ δηλαδή τὸ καθένα ἀπὸ τὰ δώδεκα πεντάγωνα τοῦ δωδεκαέδρου ἀποτελεῖται ἀπὸ 30 πρῶτα σκαληνὰ τρίγωνα, ἔπεται ὅτι ὁλόκληρο τὸ δωδεκάεδρο περιέχει 360 τρίγωνα, ὅσα εἶναι δηλαδή τὰ μέρη τοῦ ζωδιακοῦ κύκλου καὶ οἱ ἡμέρες τοῦ ἔτους. Ἐδῶ ὁ σχολιαστὴς παρατηρεῖ ὅτι ὁ Πλούταρχος μὲ τὴ δήλωσή του αὐτὴν δὲν μᾶς λέγει τί εἶδους τρίγωνα εἶναι αὐτὰ⁵⁵. Πράγματι εἶναι ἀλήθεια ὅτι ὁ Πλούταρχος δὲν καθορίζει ρητὰ τὸ εἶδος τοῦ τριγώνου, ἀπὸ τὸ ὁποῖο κατασκευάζεται τὸ πεντάγωνο καὶ κατ' ἀκολουθίαν τὸ δωδεκάεδρο. Μᾶς λέγει ὡστόσο ὅτι εἶναι πρῶτο σκαληνό. Αὐτὸ πού ἀπομένει νὰ διερευνηθεῖ ἀκόμη εἶναι τί σημαίνει πρῶτο τρίγωνο στὰ ἀρχαῖα ἑλληνικὰ μαθηματικά. Ὁ ἴδιος ὁ Πλούταρχος ἀποκαλεῖ πρῶτο τρίγωνο τὸ κάλλιστο τρίγωνο, δηλαδή τὸ ἡμιτρίγωνο ἰσοπλεύρου τριγώνου μὲ πλευρὲς 1, $\sqrt{3}$, 2, μὲ τὸ ὁποῖο σχηματίζονται τρία κοσμικὰ σώματα, ἡ πυραμὶς, τὸ ὀκτάεδρο καὶ τὸ εἰκοσάεδρο⁵⁶. Ὁ Πρόκλος –ὅπως εἶδαμε– ὀρίζει ὡς πρῶτο τρίγωνο τὸ κοσμικὸ τρίγωνο μὲ πλευρὲς 3, 4, 5, δηλαδή μὲ μήκη τῶν πλευρῶν ρητοὺς ἀριθμούς. Διαπιστώνει ἐπίσης ὅτι τὸ κάλλιστο τρίγωνο, δηλαδή τὸ ἡμιτρίγωνο ἰσοπλεύρου τριγώνου ἔχει ἀρμονικοὺς λόγους, παρόλο πὺ τὸ μήκος τῆς ὑποτείνουσας εἶναι ἄρρητο. Αἰξίζει ἐδῶ νὰ σημειωθεῖ ὅτι ὁ Πρόκλος ἀντιδιαστέλλει τοὺς ἀρμονικοὺς λόγους ἀπὸ τὴν ἀρμονικὴ μεσότητα. Ἔτσι οἱ τρεῖς μεσότητες, τούτέστιν ἀριθμητικὴ, ἀρμονικὴ καὶ γεωμετρικὴ, ἔχουν ἀρμονικοὺς λόγους. Ὡστόσο ἡ ἀρμονικὴ μεσότης εἶναι μία μόνο ἀπ' αὐτές⁵⁷. Ἐπομένως μπορούμε ἴσως νὰ ὑποθέσουμε ὅτι ἀρμονικοὶ λόγοι εἶναι ἐκεῖνοι πὺ διέπονται ἀπὸ κάποιο εἶδος ἀναλογίας, ὥστε νὰ ἀποτελοῦν μιὰ ἀρμονία. Τὸ κάλλιστον τρίγωνο λοιπὸν κατὰ τὸν Πλούταρχο εἶναι μὲν πρῶτο τρίγωνο, τὸ ἀποκλείει ὡστόσο ρητὰ ὡς στοιχεῖο τοῦ δωδεκαέδρου⁵⁸. Μὲ αὐτὰ τὰ δεδομένα, ἔνα τρίγωνο πὺ ἀναμφίβολα πληροῖ τὶς προϋποθέσεις νὰ χαρακτηριστεῖ πρῶτο, εἶναι τὸ ὀρθογώνιο τρίγωνο τῆς *Πολιτείας*, μὲ

⁵² *Αὐτόθι*, 45, 17-29.

⁵³ *Αὐτόθι*, 43, 1-3.

⁵⁴ H. Cherniss, *Plutarch's Moralia, ἐνθ' ἀνωτ.*, 1003 D: «ὧν ἕκαστον ἐκ τριάκοντα τῶν πρώτων σκαληνῶν τριγῶνων συνέστηκε».

⁵⁵ *Αὐτόθι*, σ. 54, σημ. α'.

⁵⁶ Πλούταρχος, *Ἡθικά (Περὶ τῶν ἐκλελειπτότων χρηστηρίων, De defectu oraculorum)*, 427 A: «ἢ πυραμὶς, ἐξ εἴκοσι καὶ τεττάρων πρώτων τριγῶνων τὸ δ' ὀκτάεδρον ἀέρος ἐκ τετταράκοντα καὶ ὀκτῶ τῶν αὐτῶν γίνεται». Πβ. Πλάτ., *Τίμ.*, 55 a-b.

⁵⁷ Procli Diadochi, *In Republicam, ἐνθ' ἀνωτ.*, 42, 23-43, 9: «καὶ ὅρας ὅπως εἰσὶν μὲν ἀρμονικοὶ λόγοι καὶ ἐν τούτῳ, καθάπερ ἐν τῷ ἡμιτρίγωνῳ τῷ ἐν *Τίμαίῳ*. ἀλλ' ἐκεῖ μὲν ἔστιν τι καὶ ἄρρητον κατὰ μήκος ἐν ταῖς πλευραῖς». Γιὰ τὸ ἄρρητον βλέπε μεταξὺ ἄλλων: H. Vogt (1910), *Die Entdeckungsgeschichte des Irrationalen nach Plato und anderen Quellen des 4. Jahrhunderts*, *Bibliotheca Mathematica*, 3 Folge, vol. 10, 97-155.

⁵⁸ Πλούταρχος, *Ἡθικά (Περὶ τῶν ἐκλελειπτότων χρηστηρίων, De defectu oraculorum)*, 428 A: «ἐὼ γάρ, ὅτι καὶ τοῦ καλουμένου δωδεκαέδρου στοιχείον ἄλλο ποιούσιν, οὐκ ἐκεῖνο τὸ σκαληνόν, ἐξ οὗ τὴν πυραμίδα καὶ τὸ ὀκτάεδρον καὶ τὸ εἰκοσάεδρον ὁ Πλάτων συνίστησιν».

μήκη πλευρῶν 3, 4, 5⁵⁹. Μὲ τὸ ἴδιο σκεπτικὸν, τὸ ὀρθογώνιον ἡμιτρίγωνον τοῦ ἰσοσκελοῦς τριγώνου μὲ γωνία κορυφῆς 36° καὶ παρὰ τὴν βάση 72°, τὸ ὁποῖον ἔχει γωνίες 18, 72 καὶ 90 μοῖρες, μπορεῖ νὰ θεωρηθῆ ἐπίσης ὅτι οἱ πλευρές του βρίσκονται σὲ ἀναλογίες μὲ ρητοὺς ἀριθμοὺς, 18, 72, 90. Οἱ πλευρές τοῦ ἰσοσκελοῦς τριγώνου, ἔχουν τὸν λόγον τῆς χρυσοῦς τομῆς, ἀφοῦ εἶναι ἡ βάση καὶ ἡ διαγώνιος τοῦ πενταγώνου⁶⁰. Ἀπὸ τὸ σχῆμα μας προκύπτει ὅτι τὸ πεντάγωνον διαιρεῖται πράγματι σὲ 30 πρῶτα τρίγωνα, τὰ ὁποῖα εἶναι δύο εἰδῶν. Τὸ ἓνα ἔχει πλευρές 3, 4, 5 καὶ γωνίες 36, 54, 90, ἐνῶ τὸ ἄλλο ἔχει γωνίες 18, 72, 90. Ἡ ῥῆσις ἄρα τοῦ Πλουτάρχου εἶναι ἀληθής.

Υφίστανται ἐπίσης ὀρισμένες μαθηματικὲς θεωρήσεις, οἱ ὁποῖες εἴτε δὲν κατέστησαν ἀντιληπτές εἴτε ἐντοπίσθησαν μὲν, ἀλλὰ δὲν ἐγίναν εὐρῶς γνωστές. Πρόκειται συγκεκριμένα γιὰ μιὰ πιθανὴ ἀπάντησις στὸ ἐρώτημα γιὰ τὸ Πλάτων συνέθεσε τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον, πὸν ἀποτελεῖ τὴν βάση τῶν τριῶν κοσμικῶν σωμάτων, ἀπὸ ἕξι (καὶ ὄχι ἀπὸ δύο) κάλλιστα τρίγωνα κατὰ διάμετρον, δηλαδὴ χιαστὶ λαμβανόμενα τρεῖς φορές (ἐκ τρίτου)⁶¹. Τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον διαιρεῖται σὲ ἕξι (καὶ ὄχι δύο) κάλλιστα τρίγωνα, διότι ἐκτὸς τῶν ἄλλων ἢ στερεὰ γωνία, πὸν σχηματίζεται στὰ τέσσερα κοσμικὰ σώματα, προκύπτει ἀπὸ τρεῖς ἐπίπεδες γωνίες⁶², πρᾶγμα πὸν δὲν θὰ ἦταν δυνατόν, ἂν τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον συνίστατο ἀπὸ δύο μόνον κάλλιστα τρίγωνα. Τὸ ἴδιο συμβαίνει μὲ τὸ τετράγωνον, πὸν σύγκειται ἀπὸ τέσσερα ὀρθογώνια ἰσοσκελῆ τρίγωνα, καθὼς καὶ τὸ πεντάγωνον, πὸν σύγκειται ἀπὸ 30 πρῶτα σκαληνὰ τρίγωνα. Ὅταν ἡ σύνθεσις τῶν τριγώνων γίνεται κατὰ τέτοιο τρόπον, δημιουργεῖται ἀντίθεσις, ἡ ὁποία εἶναι ἀπαραίτητο στοιχεῖον τῆς διαλεκτικῆς καὶ τῆς ἀρμονίας κατὰ Πλάτωνα καὶ Ἀριστοτέλη.

Ὁ μαθηματικὸς Th. Heath ἔκαμε μιὰ εὐφυῆ παρατήρησις μὲ ἀφορμὴν μιὰ μαρτυρία τοῦ Πρόκλου, τὴν ὁποία θεωρεῖ ἀνεξάρτητη πηγὴ. Ὑποστηρίζει συγκεκριμένα ὅτι ὁ ἀριθμὸς ἕξι τῶν καλλίστων τριγώνων, πὸν συνιστοῦν τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον, καθὼς καὶ ὁ τρόπος διάταξής τους ἐκ μέρους τοῦ Πλάτωνα εἶναι πυθαγορικῆς προέλευσις⁶³. Ὁ Πρόκλος ἀποδίδει στοὺς Πυθαγόρειους τὸ ἐξῆς θεώρημα: ἕξι ἰσόπλευρα τρίγωνα ἢ τέσσερα τετράγωνα ἢ τρία ἐξάγωνα τοποθετημένα συνεχόμενα στὴν κορυφὴ τῆς γωνίας τους σχηματίζουν 4 ὀρθές γωνίες, πληροῦν δηλαδὴ ὅλον τὸν τόπον περὶ ἓνα σημεῖον, ἐνῶ κανένα ἄλλο κανονικὸν πολύγωνον δὲν ἔχει τὴν ιδιότητα αὐτήν, ἀφοῦ οἱ ὀρθές γωνίες ἢ θὰ πλεονάζουν ἢ θὰ ἐλλείπουν⁶⁴. Τὸ ἀνωτέρω θεώρημα ἀναφέρεται τόσο ἀπὸ τὸν Ἀριστοτέλη ὅσο καὶ τὸν Πάππο τὸν Ἀλεξανδρινὸν στὴν ἀρχὴ τοῦ πέμπτου βιβλίου⁶⁵. Ἀπὸ τὸ ἀνωτέρω θεώρημα τῶν Πυθαγορείων ὁ Th. Heath

⁵⁹ Πλάτ., *Πολιτ.*, Η, 546 b-c. Πβ. διαφορετικὴ γνώμη, Χ. Σπυρίδης (2015), Τὸ τρίτον εἶδος τῶν πλατωνικῶν «ἀτομικῶν» ὀρθογωνίων τριγώνων, *Σωκράτης, Διεθνὴς Ἐπιστημονικὴ Ἐπιθεώρησις Ἀρχαίας Ἑλληνικῆς Φιλοσοφίας*, Ἀθήνα, 1, 53-68.

⁶⁰ Εὐκλείδης, *Στοιχείων*, XIII, πρῶτ. 8· Ε. Σπανδάγος (2004), *Ἡ χρυσοῦς τομὴ στὴν ἀρχαία Ἑλλάδα*. Ἀθήνα, Αἴθρα, 33.

⁶¹ Πλάτ., *Τίμ.*, 54 a, e· πβ. Α.Ε. Taylor (1928), *A Commentary on Plato's Timaeus*. Oxford, At the Clarendon Press, 374-375.

⁶² Πλάτ., *Τίμ.*, 54 e 4: «κατὰ σύντρεψιν ἐπιπέδου γωνίας μίαν στερεὰν γωνίαν ποιεῖ».

⁶³ Th. Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements with Introduction and Commentary*, II. New York, Dover Publications, 1956², 98.

⁶⁴ Proclii Diadochi [1965 (1873)], *In primum Euclidis elementorum librum comentarii*. Rec. G. Friedlein, Teubner, 304-305: «καὶ ἔστι τὸ θεώρημα τοῦτο Πυθαγόρειον». Πβ. τοῦ αὐτοῦ (1906), *In Platonis Timaeum Commentaria*. Ed. E. Diehl, III, Lipsiae, Teubner, 149: «οὓς ποιοῦνται πρὸς ἀλλήλους, εἴτε τριγωνικῶς εἴτε τετραγωνικῶς εἴτε ἐξαγωνικῶς εἴτε διαμετρικῶς».

⁶⁵ Ἀριστ., *Π. οὐρ.*, Γ 7, 306 b 3-8· Pappi Alexandrini (1876-1877), *Collectionis quae supersunt*, II. Ed. Fr. Hultsch. Berlin, Weidmann· Ε. Σπανδάγος (2001), *Ἡ μαθηματικὴ συναγωγὴ τοῦ Πάππου τοῦ Ἀλεξανδρέως. Εἰσαγωγὴ, ἀρχαῖο κείμενον*. Τόμ. Β' (Βιβλία ε' καὶ στ'). Ἀθήνα, Αἴθρα, 204, 14· Pappus D' Alexandrie (1933), *La Collection mathématique*. Tome second. Paris, Blanchard· S. Cuomo (2000), *Pappus of Alexandria and the Mathematics of Late Antiquity*. Cambridge, Cambridge University Press.

καταλήγει στο συμπέρασμα ότι τὰ κάλλιστα τρίγωνα, πού ἀποτελοῦν τὰ στοιχεῖα τοῦ ἰσοπλεύρου τριγώνου, εἶναι ἕξι (καὶ ὄχι δύο). Ἡ σύνθεσή τους γίνεται ἀνὰ δύο ἀντικρυστὰ ἢ χιαστί, ἀφοῦ κάθε φορά ἡ ὑποτείνουσα βρίσκεται σὲ συνεχόμενη εὐθεῖα γραμμὴ πρὸς τὴ μικρότερη κάθετη πλευρά, τὸ δὲ ἄθροισμα τῶν γωνιῶν τους εἶναι τέσσερις ὀρθές: $6 \times 60 = 360$. Ἄν ληφθεῖ ἐπιπροσθέτως ὑπόψη τὸ γεγονός ὅτι τὰ στοιχεῖα τοῦ τετραγώνου, δηλαδή τὰ ἰσοσκελῆ ὀρθογώνια τρίγωνα, εἶναι τέσσερα, στὸ κέντρο τῶν ὁποίων σχηματίζονται τέσσερις ὀρθές γωνίες, τότε ἐξηγεῖται ἐπαρκῶς γιατί ὁ Πλάτων δὲν συστήνει τὸ ἰσόπλευρο τρίγωνο ἀπὸ δύο ἀλλὰ ἀπὸ ἕξι κάλλιστα τρίγωνα. Ἡ ἀρχὴ πού ὑπόκειται εἶναι ὅτι οἱ γωνίες, πού σχηματίζονται ἀπὸ τὴ συνένωση τῶν τριγώνων στὸ μέσον τοῦ σχήματος πού δημιουργεῖται, πρέπει νὰ εἶναι τέσσερις ὀρθές, δηλαδή 360 μοῖρες. Κατὰ τὴ σύνθεση, σύμφωνα μὲ τὸ ἀνωτέρω θεώρημα τῶν Πυθαγορείων, στὴ μὲν πρώτη περίπτωση ἔχουμε ἕξι ἰσόπλευρα τρίγωνα, στὴ δὲ δεύτερη τέσσερα τετράγωνα.

Ἔτσι περὶ τὸ κέντρο τοῦ μὲν ἰσοπλεύρου τετραγώνου οἱ ὀρθές γωνίες τῶν τεσσάρων ἰσοσκελῶν ὀρθογωνίων τριγώνων εἶναι τέσσερις, τοῦ δὲ ἰσοπλεύρου τριγώνου οἱ ὀξείες γωνίες ἰσοδυναμοῦν πάλι μὲ τέσσερις, διότι $6 \times 60 = 360/4 = 90$. Ὁ ἀριθμὸς 360 ὅμως μπορεῖ νὰ προέλθει ἀπὸ τὸ 36 πολλαπλασιαζόμενο ἐπὶ τὸ 10 καὶ εἶναι τὸ τετράγωνο τοῦ 6, ὁ ὁποῖος εἶναι τέλειος ἀριθμὸς, ἐπειδὴ ἰσοῦται μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν μερῶν του⁶⁶, δηλαδή $1+2+3 = 6$. Ἀλλὰ καὶ τὸ 10 εἶναι ἐπίσης τέλειος ἀριθμὸς⁶⁷. Τὸ 36 εἶναι ἡ τετρακτὺς τῶν Πυθαγορείων, ἡ ὁποία σύγκεται ἐκ τῶν πρώτων τεσσάρων ἀρτίων καὶ πρώτων τεσσάρων περιττῶν ἀριθμῶν⁶⁸. Ἡ τετρακτὺς ὅμως τοῦ Πλάτωνα εἶναι ὁ ἀριθμὸς 35, πού εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν κύβων τοῦ 2 καὶ τοῦ 3, δηλαδή $8+27 = 35$. Τὴ γένεση τῆς πλατωνικῆς αὐτῆς τετρακτύος ὁ Πλούταρχος τὴ χαρακτηρίζει τελειότερη⁶⁹. Ὁ ἀριθμὸς ἕξι συμβολίζει κατὰ τοὺς Πυθαγορείους τὴν ψυχὴ, πρᾶγμα πού ἀκολούθησε καὶ ὁ Πλάτων στὸν *Τίμαιο* ἀναφορικὰ μὲ τὴν ψυχὴ τοῦ κόσμου. Ὁ συμβολισμὸς τῆς ψυχῆς μὲ τὴν ἐξάδα ὀφείλεται κυρίως στὸ γεγονός ὅτι ἡ ψυχὴ εἶναι ἀρμονία, γιὰ τὴ δημιουργία τῆς ὁποίας προσφέρεται κάλλιστα τὸ ἕξι (6, 9, 8, 12)⁷⁰. Ὡς γνωστὸν, ἡ ψυχὴ στὸν *Φαίδωνα* ἀποδεικνύεται ὅτι ἔχει ἀρμονία⁷¹.

Τὸ ἴδιο συμβαίνει καὶ μὲ τὸ ἰσοσκελὲς τρίγωνο τοῦ πενταγώνου μὲ γωνίες 72, 54, 54, πού ἀποτελεῖ τὴ βάση τοῦ δωδεκαέδρου. Αὐτὸ διαιρεῖται σὲ ἕξι ὀρθογώνια (*πρῶτα*) σκαληνὰ τρίγωνα ἀνὰ δύο ἴσα καὶ ὅμοια, ἂν τοποθετοῦνται ἀντικρυστὰ. Ἄν ὅμως εἶναι χιαστί τοποθετημένα, ἔχουμε δύο φορές ἀνὰ δύο τρίγωνα ἄνισα ἀλλὰ ὅμοια, καὶ μιὰ φορά ἴσα καὶ ὅμοια, ὅπως φαίνεται στὸ παρατεθὲν σχῆμα. Τὰ ἴσα καὶ ὅμοια εἶναι τὸ ἥμισυ τοῦ τριγώνου μὲ γωνίες 18, 72 καὶ 90 μοιρῶν ἐκάστη, ἀφοῦ τὸ ἰσοσκελὲς τρίγωνο ἔχει γωνίες 36, 72 καὶ 72, πρᾶγμα πού σημαίνει ὅτι οἱ παρὰ τὴ βάση γωνίες εἶναι διπλάσιες ἀπὸ ἐκείνη τῆς κορυφῆς. Κάθε ἓνα ἀπὸ τὰ δύο σκαληνὰ τρίγωνα, στὰ ὁποῖα ὑποδιαιρεῖται τὸ ἰσοσκελὲς τρίγωνο τοῦ πενταγώνου μὲ γωνίες 72, 54, 54, ἔχει σχέση πλευρῶν 3, 4, 5 καὶ γωνίες 36, 54, 90. Πρόκειται γιὰ τὸ

⁶⁶ Πλούταρχος, *Ἠθικά*, 738 F 8· 13, 1018 c 2: «ὁ μὲν στ' τέλειος ἀριθμὸς, ἴσος ὦν τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν». Iamblichus (1922), *Theologoumena arithmeticae*. Ed. V. De Falco, Lipsiae, Teubner, 42, 19: «Ἡ ἐξὰς πρώτη τέλειος· τοῖς γὰρ αὐτῆς μέρεσιν ἀριθμεῖται, ἕκτον ἔχουσα, τρίτον καὶ ἥμισυ».

⁶⁷ Iamblichus, *Theologoumena*, *μνημ. ἔργο*, 83, 6-7: «ἔστι δὲ τὰ δέκα τέλειος ἀριθμὸς». Porhyre, *Vie de Pythagore*, *μνημ. ἔργο*, κεφ. 20, σσ. 52, 61.

⁶⁸ Πλούταρχος, *Ἠθικά*, 381 F – 382 A· 1027 F, 2-5: «ἡ μὲν οὖν ὑπὸ τῶν Πυθαγορικῶν ὑμνουμένη τετρακτὺς, τὰ ἕξι καὶ τριάκοντα». Porhyre, *Vie de Pythagore*, *μνημ. ἔργο*, κεφ. 20, σ. 45.

⁶⁹ Πλούταρχος, *Ἠθικά* (*Περὶ τῆς ἐν Τιμαίῳ ψυχογονίας*), κεφ. 30, 1017 D-E: «ἡ δὲ τῶν ὑπὸ Πλάτωνος ἐκκειμένων ἀριθμῶν τετρακτὺς ἐντελεστέραν ἔσχηκε τὴν γένεσιν».

⁷⁰ Iamblichus, *Theologoumena*, *μνημ. ἔργο*, 45, 47· Proclii Diadochi, *In Republicam*, *ἐνθ' ἀνωτ.*, II, 42, 22-23. Εὐχαριστῶ τὸν Καθηγητὴ κύριον Ἐμμ. Γιαννακουδάκη, ὁ ὁποῖος μὲ πληροφόρησε ὅτι ὁ ἀριθμὸς 6 συμβολίζει τὴν ψυχὴ κατὰ τοὺς Πυθαγορείους καὶ ἐξευρίσκεται καὶ μὲ τὴ σύγχρονη πληροφορικὴ, μὲ εἰδικὰ πρὸς τοῦτο προγράμματα.

⁷¹ Πλάτ., *Φαίδ.*, 94 d: «ψυχὴν ἀρμονίαν εἶναι».

ζωογονικό τρίγωνο, τὸ ὁποῖο ἀναφέρει ὁ Πλάτων στὴν *Πολιτεία*, ὅταν πραγματεύεται τὴ θεία καὶ ἀνθρώπινη γένεση. Ἡ περίμετρος του εἶναι 12 καὶ τὸ ἐμβαδόν του ἔξι, ὅπως παρατηρεῖ ὁ Πρόκλος⁷². Τὰ ἔξι τρίγωνα, στὰ ὁποῖα διαιρεῖται καθένα ἀπὸ τὰ πέντε ἰσοσκελεῖ τρίγωνα τοῦ πενταγώνου, ὅταν ἐνώνονται στὸ κέντρο, σχηματίζουν τέσσερις ὀρθές γωνίες, καλύπτοντας ἔτσι ὅλον τὸν τόπο γύρω ἀπὸ ἓνα σημεῖο πὸν εἶναι τὸ κέντρο. Συμποσοῦνται δηλαδή σὲ 360 μοῖρες, ἀφοῦ $2 \times 72 = 144$ καὶ $4 \times 54 = 216$, $144 + 216 = 360$. Ὁ ἀριθμὸς 216 εἶναι ὁ κύβος τοῦ ἔξι, 6^3 , τὸ δὲ 144 εἶναι τέσσερις φορές τὸ 36, $4 \times 36 = 144$, δηλαδή τέσσερις φορές ἢ τετρακτὺς τῶν Πυθαγορείων. Ἐπίσης οἱ 18 μοῖρες εἶναι τὸ ἡμισυ τῆς πυθαγορικῆς τετρακτὺς, τὸ δὲ 72 εἶναι τὸ διπλάσιο τῆς τετρακτὺς ἢ τὰ τέσσερα πέμπτα τῆς ὀρθῆς. Οἱ 18 μοῖρες εἶναι τὸ $1/5$ καὶ τὸ 36 τὰ $2/5$ τῆς ὀρθῆς. Τὰ ποσὰ αὐτὰ βρίσκονται ἐπίσης στὴν κατηγορία τοῦ διπλάσιου, τριπλάσιου κτλ. Συγκεκριμένα, τὸ 36 εἶναι διπλάσιο τοῦ 18 ἐνῶ τὸ 72 εἶναι τὸ τετραπλάσιο. Ἀπὸ τὴ σχέση αὐτὴ προκύπτει τὸ γεγονός ὅτι τὰ ποσὰ αὐτὰ εἶναι συμμετρικὰ μεταξύ τους σύμφωνα μὲ τὸν γενικὸ ὀρισμὸ τοῦ Πλάτωνα, μὲ τὸν ὁποῖο τὰ ἡμίσεια, τὰ διπλάσια, τριπλάσια κ.ο.κ. βρίσκονται σὲ σχέση συμμετρίας⁷³. Ἡ σχέση δὲ τῆς γωνίας 54 πρὸς 90 εἶναι ἀκόμα πιὸ συμμετρικὴ ἢ μᾶλλον στὸν ὕψιστο βαθμὸ συμμετρικῆς, ἀφοῦ –ἐκτὸς ἀπὸ τὸ ὅτι εἶναι τὰ $3/5$ τῆς ὀρθῆς καὶ τὸ τριπλάσιο τοῦ 18– σχηματίζεται ὁ χρυσὸς λόγος, πὸν παριστᾷ τὴν τελειότερη μορφή τῆς συμμετρίας⁷⁴, $90/54 = 1,6666$. Οἱ γωνίες τοῦ ἡμιτρίγωνου τοῦ ἰσοπλεύρου τριγώνου εἶναι 30, 60, 90. Ἐπομένως, γιὰ τοὺς ἴδιους λόγους τὸ τρίγωνο αὐτὸ εἶναι ἐπίσης συμμετρικόν.

Τὸ δωδεκάεδρο συμβολίζει τὸν αἰθέρα, ὁ ὁποῖος περιβάλλει τὸν οὐρανόν, δηλαδή τὸν κόσμον ὀλόκληρο. Ὁ αἰθέρας ὡς πέμπτο σῶμα ἐμφανίζεται γιὰ πρώτη φορά στὴν *Ἐπινομίδα*⁷⁵ τοῦ Πλάτωνα. Στὸν *Τίμαιο* ὁ Πλάτων κάνει μὲν μνεῖα ὑπαρξῆς μιᾶς πέμπτης σύστασης⁷⁶, ἀλλὰ δὲν προβαίνει σὲ περαιτέρω διευκρινίσεις. Ὁ αἰθέρας ἀναφέρεται ἐπίσης μεταξύ τῶν πέντε σωμάτων στὸν *Κρατύλο*⁷⁷, χωρὶς ὅμως αὐτὸ νὰ δηλώνεται ρητᾶ, ὅτι δηλαδή πρόκειται γιὰ τὰ πέντε κοσμικὰ σώματα. Ἀπαντᾷ ἐπίσης ὡς ὅρος καὶ σὲ ἄλλους διαλόγους, ὅπως στὴν *Πολιτεία* καὶ τὸν *Φαῖδωνα*⁷⁸. Ὁ Πλάτων πραγματεύεται συστηματικὰ τὸν αἰθέρα ὡς πέμπτο σῶμα στὴν *Ἐπινομίδα*, δηλαδή στὸν τελευταῖο τοῦ διάλογο, ἐπειδὴ ἐκεῖ ὀλοκληρώνεται ἡ φιλοσοφία του. Τὸ ὕστατο αὐτὸ ἔργο του μπορεῖ νὰ θεωρηθεῖ ὅτι εἶναι ἡ πεμπτουσία τῆς φιλοσοφίας του, δηλαδή τῆς διαλεκτικῆς, καὶ ἐπομένως ὅτι ἀποτελεῖ τὸν *Φιλόσοφο*, τὸν ὁποῖο εἶχε ὑποσχεθεῖ ὅτι θὰ ἔγραφε μετὰ τὸν *Σοφιστὴ* καὶ τὸν *Πολιτικόν*. Στὴν *Ἐπινομίδα* ὁ Πλάτων ταυτίζει τὴν ιδέα τοῦ ἀγαθοῦ μὲ τὴ φρόνηση καὶ αἰσθάνεται τὴν ἀνάγκη διδασκαλίας, δηλαδή μετάδοσης τῆς διαλεκτικῆς στὶς ἐπερχόμενες γενεές⁷⁹. Ἡ σύσταση λοιπὸν τοῦ κόσμου κατὰ Πλάτωνα εἶναι κατ' ἐξοχὴν πυθαγορικῆς προέλευσης καὶ ὄχι μόνον, διότι ὁ αἰθέρας ὡς σύμβολο τοῦ κόσμου ἐκτὸς ἀπὸ τὸν

⁷² Πλάτ., *Πολιτ.*, Η, 546 b: «ἔστι δὲ θεῖω μὲν γεννητῶ περιόδου» Procli Diadochi, *In Republicam*, ἐνθ' ἄνωτ., II, 42, 15-16.

⁷³ Πλάτ., *Πολιτ.*, Ζ, 530 a 1: «ἴσων ἢ διπλασίων ἢ ἄλλης τινὸς συμμετρίας».

⁷⁴ Γιὰ τὴ χρυσὴ τομὴ ἢ τὸν χρυσὸν λόγον βλέπε μετὰξὺ ἄλλων: M. Livio (2002), *Ὁ χρυσὸς λόγος. Ἱστορία τοῦ Φ, τοῦ καταπληκτικότερου ἀριθμοῦ*. Ἐπιμ. Ἐλ. Κεκροπούλου. Αθήνα, Ἐκδ. Ἐνάλιος· E. Σπανδάγος (2004), *Ἡ χρυσὴ τομὴ στὴν ἀρχαία Ἑλλάδα*. Αθήνα, Αἶθρα.

⁷⁵ Πλάτ., *Ἐπιν.*, 981 c 6, 984 c 3, 984 e 3.

⁷⁶ Πλάτ., *Τίμ.*, 55 c 4-6: «ἔτι δὲ οὔσης συστάσεως μιᾶς πέμπτης, ἐπὶ τὸ πᾶν ὁ θεὸς αὐτὴ κατεχρήσατο ἐκεῖνο διαζωγραφῶν».

⁷⁷ Πλάτ., *Κρατ.*, 408 d 8 – e 1: «καὶ ἄστρον καὶ γῆς καὶ αἰθέρος καὶ ἀέρος καὶ πυρὸς καὶ ὕδατος καὶ ὠρῶν καὶ ἐνιαφυτοῦ».

⁷⁸ Πλάτ., *Πολιτ.*, Γ, 391, e 9· *Φαῖδ.*, 98 c 1, 109 b 8, 111 b 5.

⁷⁹ Γ. Κουμάκης, Ὁ φιλόσοφος-Κυβερνήτης, ἐνθ' ἄνωτ., 3-26· L. Rossetti (2013), When Pythagoras was still Living, in: C. Cornelli et al. (eds.), *On Pythagoreanism*. Berlin, De Gruyter, 63-76.

Πυθαγόρα⁸⁰ ἅπαντᾶ σὲ ἄρκετους προσωκρατικούς φιλοσόφους, ὅπως στοὺς ὀρφικούς⁸¹, στὸν Ξενοφάνη⁸², στὸν Παρμενίδη⁸³ καὶ στὸν Ἐμπεδοκλή⁸⁴.

Ὁ Πλάτων –ἢ ὀρθότερα ὁ Σωκράτης– κατὰ τὴν εἰσαγωγή καὶ διαμόρφωση τῆς θεωρίας τῶν ιδεῶν –ὅπως παραδίδει ὁ Ἀριστοτέλης– ἀκολούθησε ἐν μέρει τὶς ἀντιλήψεις τῶν Πυθαγορείων σχετικὰ μὲ τοὺς ἀριθμούς. Συγκεκριμένα, ὁ μὲν Πλάτων εἶχε τὴν ἄποψη ὅτι τὰ αἰσθητὰ ὄντα εἶναι ὁμώνυμα μὲ τὶς ιδέες κατὰ μέθεξιν, ἐνῶ οἱ Πυθαγορικοί πίστευαν ὅτι τὰ αἰσθητὰ ὄντα ὑπάρχουν κατὰ μίμηση τῶν ἀριθμῶν, ὥστε ὁ Πλάτων κάτω ἀπὸ τὶς ἴδιες συνθήκες μετέβαλε μόνον τὸ ὄνομα, δηλαδή ἀντὶ τῆς μίμησης (μίμησις) υἰοθέτησε τὴ λέξιν μέθεξις (μέθεξις)⁸⁵. Ὅρισμένοι ὑποστήριζαν ὅτι οἱ ἀριθμοὶ εἶναι ιδέες. Οἱ Πυθαγόρειοι, ἐπειδὴ ἔβλεπαν ὅτι πολλὰ πάθη τῶν ἀριθμῶν ὑπάρχουν στὰ αἰσθητὰ πράγματα, συμβόλιζαν τὰ ὄντα μὲ ἀριθμούς, ὄχι ὅμως χωριστοὺς ἀπὸ τὰ ὄντα⁸⁶. Κατὰ τοὺς Πυθαγορείους βέβαια οἱ ἀριθμοὶ ἦταν ἀρχὴ⁸⁷ καὶ ὁμοιώματα τῶν αἰσθητῶν πραγμάτων. Ἔτσι ἕνας ἀριθμὸς παριστοῦσε τὴ δικαιοσύνη, ἄλλος τὴν ψυχὴν, ἄλλος τὸν καιρὸ κ.ο.κ. Αὐτὸ συνέβη, ἐπειδὴ στοὺς ἀριθμούς ἔβλεπαν τὶς ἀρμονίες καὶ τοὺς μαθηματικούς λόγους. Γι' αὐτοὺς οἱ ἀριθμοὶ ἀφομοίωσαν ὅλη τὴ φύσιν, τὰ δὲ στοιχεῖα τῶν ἀριθμῶν ἦταν στοιχεῖα ὄλων τῶν ὄντων, ὀλόκληρος δὲ ὁ οὐρανός, δηλαδή ὁ κόσμος, ἦταν ἀρμονία καὶ ἀριθμός⁸⁸. Κατὰ τὸν Πλάτωνα τὰ εἶδη, δηλαδή οἱ ιδέες, ὑπάρχουν, ἐπειδὴ μετέχουν στὸ ἕνα, δηλαδή στὴν ιδέα τοῦ ἀγαθοῦ. Τὸ ἕνα (ἐν) γι' αὐτὸν ἦταν οὐσία καὶ ὄχι κάτι διαφορετικὸ, ὅμοια μὲ τοὺς Πυθαγορείους. Πίστευε ἐπίσης ὅτι οἱ ἀριθμοὶ εἶναι αἰτίοι τῶν ἄλλων, δηλαδή τῶν αἰσθητῶν πραγμάτων, ὅπως ἀκριβῶς ἔκαναν οἱ Πυθαγόρειοι. Ἀντὶ ὅμως τοῦ ἑνός, ποῦ ἦταν τὸ ἄπειρο γιὰ τοὺς Πυθαγορείους, αὐτὸς δημιούργησε τὴ δυάδα, δηλαδή τὸ μέγα καὶ τὸ μικρό. Ἐπιπλέον ὁ Πλάτων τοποθέτησε τοὺς ἀριθμούς ὡς ιδέες δίπλα στὰ αἰσθητὰ, δηλαδή χωριστὰ ἀπὸ αὐτὰ, κατ' ἀντίθεση πρὸς τοὺς Πυθαγορείους, οἱ ὁποῖοι ὑποστήριζαν ὅτι οἱ ἀριθμοὶ ἦταν τὰ ἴδια τὰ πράγματα. Αὐτοὶ ποῦ εἰσήγαγαν τὶς ιδέες, ὅπως γιὰ παράδειγμα ὁ Σωκράτης, τὸ ἔκαναν χάριν τῶν συλλογισμῶν, ἐπειδὴ οἱ προηγούμενοί του δὲν διέθεταν διαλεκτικὴν⁸⁹. Τὸ ἕνα (ἐν) τόσο κατὰ τὸν Πλάτωνα ὅσο καὶ τοὺς Πυθαγορείους εἶναι ἡ πρώτη ἀρχὴ καὶ αἰτία, τὸ πέρας καὶ τὸ ἀγαθόν⁹⁰.

Πάντως, κατὰ τὸν Ἀριστοτέλη ὀφείλει νὰ ἐρευνηθεῖ κανεὶς –πρᾶγμα ποῦ εἶναι ἀναγκαιότατο στὴ γνώση τῆς ἀλήθειας– κατὰ πόσον τὸ ὄν (ὄν) καὶ τὸ ἕνα (ἐν) εἶναι οὐσίαι (οὐσίαι) τῶν ὄντων (καὶ ὄχι κάτι διαφορετικόν), δηλαδή ἡ οὐσία τοῦ μὲν ἑνός εἶναι τὸ ἕνα τοῦ δὲ ὄντος τὸ ὄν, ἢ σὲ ἐναντία περίπτωση θὰ πρέπει νὰ θεωρήσει ὅτι στὸ καθένα ἀπ' αὐτὰ ὑπόκειται ἄλλη φύσις. Ἄλλοι στοχαστὲς ἀκολούθησαν τὸν ἕναν δρόμο καὶ ἄλλοι τὸν ἄλλον. Ὁ Ἀριστοτέλης διευκρινίζει στὴ συνέχεια ὅτι ὁ Πλάτων καὶ οἱ Πυθαγόρειοι θεώρησαν τὸ ἐν καὶ τὸ ὄν ὡς αὐθύπαρκτες ὀντότητες καὶ ὄχι διαφορετικές, ἀφοῦ αὐτὰ τὰ ἴδια εἶναι ἡ φύσις τους. Πίστευαν δηλαδή ὅτι ἡ οὐσία

⁸⁰ H. Diels – W. Kranz, *Οἱ προσωκρατικοί, ἐνθ' ἄνωτ.*, (Πυθαγορικὴ Σχολή), Β, 1 α (I, 836, 26).

⁸¹ *Αὐτόθι*, (Ὁ Ὀρφεύς), Β, 12 α (I, 61).

⁸² *Αὐτόθι*, (Ξενοφάνης), Α 47 α (I, 296).

⁸³ *Αὐτόθι*, (Παρμενίδης), Α 37 (I, 447).

⁸⁴ *Αὐτόθι*, (Ἐμπεδοκλή), Α 49 (I, 568).

⁸⁵ Ἀριστ., *Μ.τ.φ.*, Α 6, 987 b 7-14. Πβ. Β. Κάλφας (ἐπιμ.) (2014), *Ἀριστοτέλης, Μετὰ τὰ Φυσικά. Βιβλίον Α'.* Εἰσαγωγή, μετάφραση, σχόλια. Θεσσαλονίκη, Ἐκδ. Ζήτηρος; Κ. Beys (2015), *Socrates the philosopher, Σωκράτης, Διεθνὴς Ἐπιστημονικὴ Ἐπιθεώρηση Ἀρχαίας Ἑλληνικῆς Φιλοσοφίας*, τ. 1, 87-104.

⁸⁶ Ἀριστ., *Μ.τ.φ.*, Ν 3, 1090 a 16-25.

⁸⁷ *Αὐτόθι*, Α 5, 986 a 15-20.

⁸⁸ *Αὐτόθι*, Α 5, 985 b 23 – 986 a 3.

⁸⁹ *Αὐτόθι*, Α 6, 987 b 27-33. Πβ. L. Robin (1908), *La théorie platonicienne des idées et des nombres d'après Aristote*. Paris.

⁹⁰ Πλάτ., *Πολιτ.*, ΣΤ, 510 b 7, 511 b: «ἵνα μέχρι τοῦ ἀνυποθέτου ἐπὶ τὴν τοῦ παντός ἀρχὴν ἴων». W.D. Ross, *Aristotelis, μνημ. ἔργου*, 111: «καὶ τὸ πέρας ὅτι ἀγαθὸν ἔστιν ἐν». Ἀριστ., *Μ.τ.φ.*, Α 6, 988 a 7-17, Α 9, 992 a 8-9, 998 b 20, Α 9, 1075 a 37, Μ 6, 1080 b 31-32, Ν 4, 1091 b 14.

τους ἔγκειται στὸ ὅτι εἶναι ἓνα καὶ ὄν. Ὡστόσο, ἄλλοι ποὺ ἐρευνοῦσαν τὴ φύση δὲν τὶς ἐξέλαβαν ὡς αὐθυπόστατες ἔννοιες. Ἔτσι γιὰ παράδειγμα ὁ Ἐμπεδοκλῆς, θεώρησε ὅτι τὸ ἓνα εἶναι ἡ φιλία, ἡ ὁποία τὰ κάνει ὅλα ἓνα, ἄλλοι πάλι τὸ ταύτισαν μὲ τὸ πῦρ καὶ ἄλλοι μὲ τὸν ἀέρα⁹¹. Ὡς πρὸς τὸ σημεῖο λοιπὸν αὐτό, ὁ Πλάτων καὶ οἱ Πυθαγόρειοι συμπίπτουν ἀπόλυτα. Ἐκεῖ ποὺ διαφέρουν μεταξύ τους εἶναι ὁ χωρισμὸς ἢ μὴ τῶν ιδεῶν ἢ τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ τὰ αἰσθητὰ ὄντα. Ἔτσι ὁ Σωκράτης τὶς γενικὲς ἔννοιες (τὰ καθόλου) καὶ τοὺς ὀρισμοὺς ἐξελάμβανε ὄχι ὡς χωριστὰ ἀπὸ τὰ ἀντικείμενα, στὰ ὁποῖα ἀναφέρονται. Ἄλλοι ὅμως –ἐδῶ προφανῶς ἔννοεῖ τὸν Πλάτωνα– τὰ χώρισαν ἀπὸ τὰ αἰσθητὰ πράγματα καὶ τὰ ὀνόμασαν ιδέες⁹².

Στὸ σημεῖο αὐτὸ ὁ Ἀριστοτέλης ἀσκεῖ δριμεῖα κριτικὴ στὸν Πλάτωνα μὲ τὸ νὰ διατυπώνει τὴν ἀπορία του, ἡ ὁποία ὀδηγεῖται σὲ ἀντίφαση, διότι ἀπὸ τὴ μιὰ μεριά ἀξιῶναι οἱ ιδέες νὰ εἶναι γενικὲς ἔννοιες (καθόλου) καὶ ἀπὸ τὴν ἄλλη συγχρόνως νὰ εἶναι χωριστὲς καὶ ἀτομικὲς (καθ' ἕκαστον). Τὸ ὅτι αὐτὸ δὲν μπορεῖ νὰ γίνῃ, ἔχει ἐκθέσει διὰ μακρῶν καὶ σὲ ἄλλα σημεία ὁ Ἀριστοτέλης, ὁ ὁποῖος θεωρεῖ ἀναγκαῖα μὲν τὴν ὑπαρξὴ τῶν γενικῶν ἐννοιῶν, ὅπως εἶναι οἱ ιδέες, διότι δημιουργοῦν τὶς προϋποθέσεις τῶν γνώσεων καὶ τῆς ἐπιστήμης, ἀφοῦ τὰ αἰσθητὰ πράγματα εἶναι ρέουσες καὶ μεταβαλλόμενες πραγματικότητες, δὲν συμφωνεῖ ὅμως μὲ τὸ γεγονός ὅτι ὁ Πλάτων χωρίζει τὶς ιδέες ἀπὸ τὰ αἰσθητὰ. Ἐδῶ ἐπαινεῖ τὸν Σωκράτη ποὺ δὲν ἔκαμε αὐτὸν τὸν χωρισμὸ. Ἡ αἰτία ποὺ δὲν δέχεται τὸν χωρισμὸ εἶναι ὅτι αὐτὸς δημιουργεῖ πολλὰ προβλήματα καὶ δυσχέρειες στὴν κατανόηση τῆς θεωρίας τῶν ιδεῶν⁹³, πράγμα ποὺ ἔγινε ἐμφανὲς στὸ πρῶτο μέρος τοῦ *Παρμενίδη* τοῦ Πλάτωνα. Ὁ Ἀριστοτέλης κατατάσσει τὶς δύο ἀπόψεις τῶν προηγούμενων φιλοσόφων σὲ δύο κατηγορίες. Ἡ μὲν πρώτη ἔγκειται στὸ ὅτι οἱ ιδέες δὲν χωρίζονται ἀπὸ τὰ αἰσθητὰ ὄντα, στὰ ὁποῖα ἀναφέρονται καὶ τότε πρόκειται γιὰ ἔννοιες σχετικὲς (πρὸς τι), ἡ δὲ δευτέρη στὸ ὅτι αὐτὲς εἶναι χωριστὲς, ὁπότε δημιουργεῖται τὸ πρόβλημα τοῦ λεγόμενου τρίτου ἀνθρώπου. Σὲ κάθε περίπτωση ὁ Ἀριστοτέλης εἶναι πεπεισμένος ὅτι ὅπως καὶ ἂν τὶς δεχτεῖ κανεὶς, δηλαδὴ χωριστὲς ἢ μὴ χωριστὲς, ἐκεῖνοι ποὺ ὑποστηρίζουν κάθε μιὰ ἀπὸ τὶς δύο αὐτὲς θέσεις ἀναιροῦν αὐτὰ ποὺ λέγουν⁹⁴. Ὁ Σταγειρίτης παραθέτει τὴν παρακάτω ἐπιχειρηματολογία: ἂν δὲν θεωρήσει κανεὶς τὶς οὐσίες, δηλαδὴ τὶς ιδέες χωριστὲς, κατὰ τὸν τρόπον ποὺ εἶναι χωριστὰ τὰ ἐπὶ μέρους αἰσθητὰ πράγματα (τὰ καθ' ἕκαστα τῶν ὄντων), τότε θὰ ἀναιρέσει τὴν οὐσία αὐτοῦ ποὺ θέλει νὰ πεῖ. Ἄν πάλι τὶς ἐκλάβῃ χωριστὲς, τότε γεννᾶται τὸ ἐρώτημα πῶς θὰ θέσει τὶς οὐσίες καὶ τὶς ἀρχὲς αὐτῶν, διότι ἂν τὶς θέσει μεμονωμένα καὶ ὄχι γενικά, τότε στὴν περίπτωση αὐτὴ τὰ ὄντα θὰ εἶναι τόσα ὅσα καὶ τὰ στοιχεῖα, τὰ ὁποῖα θὰ ἦταν γνωστὰ⁹⁵.

Μπορεῖ ὥστόσο νὰ εἰκάσει κανεὶς ὅτι ὁ Πλάτων θεωρεῖ ἄδικη τὴν ἐπίθεση ποὺ δέχεται στὸν *Παρμενίδη* γιὰ τὸν χωρισμὸ τῶν ιδεῶν ἀπὸ τὰ αἰσθητὰ, ἀφοῦ δὲν εἶναι αὐτὸ ποὺ ὁ ἴδιος ἔννοεῖ. Φαίνεται ὅτι ἀποδίδεται στὸν Πλάτωνα ὅτι ἐχώρισε τὶς ιδέες ἀπὸ τὰ αἰσθητὰ, ἀπὸ τὸ γεγονός ὅτι χρησιμοποιεῖται ἡ φράση «καθ' αὐτό», δηλαδὴ ἡ

⁹¹ Ἀριστ., *Μ.τ.φ.*, Β 4, 1001 a 4-19: «Πάντων δὲ καὶ θεωρῆσαι χαλεπώτατον καὶ πρὸς τὸ γνῶναι τάληθες ἀναγκαιότατον πότερον ποτε τὸ ὄν καὶ τὸ ἐν οὐσίαι τῶν ὄντων εἰσί, καὶ ἐκάτερον αὐτῶν οὐχ ἕτερον τι ὄν τὸ μὲν ἐν τὸ δὲ ὄν ἐστιν, ἢ δεῖ ζητεῖν τί ποτ' ἐστὶ τὸ ὄν καὶ τὸ ἐν ὡς ὑποκειμένης ἄλλης φύσεως» L. Couloubaritsis (1983), *L'être et le changement chez Aristote*, *Revue de Philosophie ancienne*, 49-98 καὶ 143-195.

⁹² Ἀριστ., *Μ.τ.φ.*, Μ 4, 1078 b 30-34. Πβ. W.D. Ross (1961), *Plato's Theory of Ideas*. Oxford, Clarendon Press· G. Martin (1973), *Platons Ideenlehre*. Berlin, W. de Gruyter· P. Natorp (1929), *Η περί των ιδεών θεωρία του Πλάτωνος*. Μετ. Μ. Τσαμαδοῦ. Ἀθήνα, Κοραΐς. Στα γερμανικά: P. Natorp (1901), *Platos Ideenlehre*. Leipzig, F. Meiner (ἀνατύπωση: Hamburg, 1961).

⁹³ Ἀριστ., *Μ.τ.φ.*, Μ 9, 1086 a 31 – b 7.

⁹⁴ *Αὐτόθι*, Μ 4, 1079 a 11-18.

⁹⁵ *Αὐτόθι*, Μ 10, 1086 b 14-24.

ιδέα αὐτὴ καθαυτὴ⁹⁶. Προκύπτει ἐπίσης ἀπὸ τὸ ὅτι οἱ ιδέες εἶναι παραδείγματα ὄχι μόνον τῶν αἰσθητῶν ἀλλὰ καὶ αὐτῶν τῶν ιδεῶν, ἀφοῦ ὅλες οἱ ιδέες γεννιοῦνται ἀπὸ τὸ ἓνα, δηλαδὴ τὴν ιδέα τοῦ ἀγαθοῦ, ὥστε ἡ ἴδια ιδέα νὰ εἶναι εἰκὼν καὶ παράδειγμα. Ὁ Ἀριστοτέλης θεωρεῖ ὅτι εἶναι ἀδύνατον ἡ οὐσία, δηλαδὴ ἡ ιδέα θὰ ἦταν χωριστὴ ἀπὸ ἐκεῖνο, τοῦ ὁποῖου εἶναι οὐσία. Τὸ συμπεραίνει δὲ ἀπὸ τὸ χωρίο τοῦ *Φαῖδωνα* (100 d-e), ὅπου ἀναφέρεται ὅτι οἱ ιδέες παρέχουν στὰ αἰσθητὰ τὸ εἶναι καὶ τὴ γένεσίν τους⁹⁷. Ὁ ἰσχυρισμὸς τοῦ Σωκράτη ὅτι οἱ ιδέες χρησιμεύουν ὡς παραδείγματα ἀπορρίπτεται ἀπὸ τὸν Ἀριστοτέλη καὶ ἀποκαλεῖται κενολογία καὶ ποιητικὴ μεταφορά. Ὡς ἐπιχείρημα πρὸς ἀνασκευὴ τῆς θεωρίας αὐτῆς προβάλλει τὴ διαπίστωση ὅτι μπορεῖ νὰ γίνῃ κανεὶς ὅπως γιὰ παράδειγμα εἶναι ὁ Σωκράτης εἴτε ὑπάρχει εἴτε δὲν ὑπάρχει ὁ Σωκράτης⁹⁸. Ὁ Ἀριστοτέλης καταθέτει τὴ μαρτυρία του γιὰ τὴν ἀναγκαιότητα ὑπαρξῆς τῶν ιδεῶν. Λέγει συγκεκριμένα ὅτι αὐτοὶ ποὺ εἰσήγαγαν γιὰ πρώτη φορὰ τὶς ιδέες εἶχαν πεισθεῖ γιὰ τὴν ἀλήθεια τῶν λόγων τοῦ Ἡράκλειτου, ὅτι ὅλα τὰ αἰσθητὰ πάντοτε ρέουν, ὥστε, ἂν μπορεῖ νὰ ὑπάρξῃ ἐπιστήμη καὶ φρόνηση, πρέπει νὰ ὑφίστανται μόνιμες φύσεις, διαφορετικὲς ἀπὸ τὶς αἰσθητές, ἐπειδὴ δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπιτευχθεῖ ἐπιστήμη στὰ μεταβαλλόμενα πράγματα⁹⁹. Κατὰ τὸν ἴδιο περίπου τρόπο σκέπτονται καὶ αὐτοὶ ποὺ ἐκλαμβάνουν τοὺς ἀριθμοὺς ὡς ιδέες. Οἱ ἀριθμοὶ δὲν εἶναι κατὰ τοὺς Πυθαγορείους χωριστοὶ ἀπὸ τὰ αἰσθητὰ ὄντα. Ὡς πρὸς αὐτό, κατὰ τὸν Ἀριστοτέλη δὲν ἔχουν ἄδικο. Τὸ νὰ κάνουν ὅμως ἀπὸ τοὺς ἀριθμοὺς χωρὶς βᾶρος καὶ ἐλαφρότητα φυσικὰ σώματα μὲ βᾶρος καὶ ἐλαφρότητα φαίνεται ὅτι ὁμιλοῦν γιὰ ἄλλο κόσμον καὶ ἄλλα σώματα, καὶ ὄχι γιὰ τὰ ὁρατά¹⁰⁰. Γι' αὐτὸ οἱ Πυθαγόρειοι κατασκεύαζαν ἓναν κόσμον ἀπὸ ἀριθμοὺς, ὄχι ὅμως μοναδικοὺς ἀλλὰ μαθηματικοὺς ποὺ ἔχουν μέγεθος¹⁰¹. Πάντως, ἐκεῖνοι ποὺ ὑποστηρίζουν ὅτι οἱ ἀριθμοὶ εἶναι χωριστὲς οὐσίαι, δηλαδὴ ιδέες, τοὺς θεωροῦν πρῶτες αἰτίαι τῶν ὄντων¹⁰². Πρέπει βέβαια ἐδῶ νὰ διευκρινιστεῖ ὅτι ὑπάρχουν δύο εἰδῶν οὐσίαι, μία αἰσθητὴ γιὰ τὰ ἀπτὰ πράγματα καὶ μία γιὰ τὶς ιδέες καὶ τοὺς ἀριθμοὺς, ποὺ εἶναι ἀσώματες καὶ ἄυλες¹⁰³. Ὁ Ἀριστοτέλης παραδίδει ὅτι ὁ Πλάτων καὶ ὀρισμένοι ἄλλοι, ὅπως ὁ Παρμενίδης, ὁ Ἐμπεδοκλῆς καὶ οἱ Πυθαγόρειοι, χρησιμοποιοῦν μόνον δύο αἰτίαι. Ὁ Παρμενίδης ἐπέλεξε τὸ θερμὸ καὶ τὸ ψυχρὸ¹⁰⁴. Κατὰ τὸν ἴδιο τρόπο οἱ Πυθαγόρειοι χρησιμοποιοῦν ἐπίσης δύο ἀρχές, τὸ πέρασ καὶ τὸ ἄπειρον, οἱ ὁποῖες δὲν εἶναι χωριστὲς φύσεις καὶ δὲν τίθενται ὡς κατηγορήματα σὲ τίποτε ἄλλο, ὅπως στὸ πῦρ ἢ τὴ γῆ ἢ κάτι παρόμοιο, ἀλλὰ εἶναι τὸ ἴδιο τὸ ἄπειρο καὶ τὸ ἴδιο τὸ ἓνα. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι τὸ πέρασ εἶναι ἡ οὐσία αὐτῶν, ποὺ τίθενται ὡς κατηγορήματα, γι' αὐτὸ ὁ ἀριθμὸς εἶναι οὐσία ὅλων τῶν ὄντων¹⁰⁵. Ὁ Ἐμπεδοκλῆς κάνει ἐπίσης χρῆση δύο ἀρχῶν, τῆς φιλίας (*φιλία*) καὶ τῆς φιλονικίας (*νεῖκος*), ἡ πρώτη ἀπὸ τὶς ὁποῖες εἶναι αἰτία τῶν ἀγαθῶν πραγμάτων, ἐνῶ ἡ ἕρις τῶν κακῶν¹⁰⁶. Ὁ Πλάτων, τέλος, χρησιμοποιοεῖ ἐπίσης δύο αἰτίαι, ἐκείνη τοῦ τί εἶναι (*τοῦ τί ἐστι*) καὶ τὴν ὑλικὴ (*ὑλλη*), διότι οἱ ιδέες εἶναι αἰτία τοῦ τί εἶναι τὰ αἰσθητὰ πράγματα, τὸ δὲ ἓνα τοῦ τί εἶναι τὰ εἶδη. Τὸ ἓνα δηλαδὴ εἶναι αἰτία γένεσης τῶν ιδεῶν, ἡ ὁποία πάλι μὲ τὴ σειρά της εἶναι

⁹⁶ Ἀριστ., *Ἠθ. Μεγ.*, Α 1, 1182 b 12-16: «ἢ μὲν γὰρ ιδέα χωριστὸν καὶ αὐτὸ καθ' αὐτό· τὸ δὲ κοινὸν ἐν ἅπασιν ὑπάρχει, οὐκ ἔστιν δὴ ταυτὸν τῷ χωριστῷ. οὐ γὰρ ἂν ποτε τὸ χωριστὸν καὶ τὸ πεφυκὸς αὐτὸ καθ' αὐτὸ εἶναι ἐν πᾶσιν ὑπάρχοι».

⁹⁷ Ἀριστ., *Μ.τ.φ.*, Μ 5, 1079 b 33 – 1080 a 3.

⁹⁸ *Αὐτόθι*, Μ 5, 1079 b 25-30.

⁹⁹ *Αὐτόθι*, Μ 4, 1078 b 11-18. Πβ. P. Aubenque (1963), *La prudence chez Aristote*. Paris.

¹⁰⁰ Ἀριστ., *Μ.τ.φ.*, Ν 3, 1090 a 16-35.

¹⁰¹ *Αὐτόθι*, Μ 6, 1080 b 18-33.

¹⁰² *Αὐτόθι*, Μ 6, 1080 a 12-14.

¹⁰³ *Αὐτόθι*, Μ 9, 1086 a 21-30.

¹⁰⁴ *Αὐτόθι*, Α 5, 986 b 33 – 987 a 2.

¹⁰⁵ *Αὐτόθι*, Α 5, 987 a 10-19.

¹⁰⁶ *Αὐτόθι*, Α 4, 985 a 4-11.

αίτια τῆς ὑλικῆς ὑπόστασις τῶν αἰσθητῶν πραγμάτων. Τὸ ἓνα εἶναι αἰτία τοῦ καλοῦ καὶ ἡ ὕλη, πὺν παριστάνεται μὲ τὴν ἀόριστη δυάδα, δηλαδὴ τὸ μέγα καὶ τὸ μικρό, εἶναι αἰτία τοῦ κακοῦ. Τὸ ἓνα εἶναι τὸ πεπερασμένο, ἐνῶ ἡ ὕλη, δηλαδὴ ἡ ἀόριστη δυάς, τούτέστι τὸ μέγα καὶ τὸ μικρό, εἶναι τὸ ἄπειρο. Τὶς ἴδιες ἀρχὲς γιὰ τὸ καλὸ καὶ τὸ κακὸ λέγει ὅτι ἐφάρμοσαν ὁ Ἐμπεδοκλῆς καὶ ὁ Ἀναξαγόρας¹⁰⁷.

Ἐνῶ ὁμοῦς ὁ Ἀριστοτέλης ὑποστηρίζει ἐπανειλημμένα ὅτι οἱ ιδέες καὶ οἱ ἀριθμοὶ ὡς γενικὲς ἀρχὲς καὶ οὐσίαι πρέπει νὰ εἶναι χωριστὰ ὄντα ἀπὸ τὰ αἰσθητά, τελικά, ἐμβαθύνοντας στὰ πράγματα περισσότερο διαπίστωσε ὅτι ἡ θέσις αὐτὴ εἶναι ὄχι μονοσήμαντη ἀλλὰ ἀμφιλεγόμενη, ἀφοῦ οἱ ιδέες εἶναι καὶ δὲν εἶναι χωριστές, ἡ δὲ γνώσις εἶναι καὶ δὲν εἶναι καθολικὴ. Αὐτὸ ὁμοῦς δὲν συμβαίνει συγχρόνως καὶ κατὰ τέτοιο τρόπο, ὥστε νὰ δημιουργεῖται ἀντίφασις, ἀλλὰ διευκρινίζει ὅτι ὑπὸ μία ἔννοια εἶναι χωριστὰ ὄντα, ἐνῶ ὑπὸ μίαν ἄλλη δὲν εἶναι. Καθ' ὅμοιο τρόπο ἐκφράζεται καὶ γιὰ τὴν ἐπιστήμη, ἡ ὁποία ὑπὸ μία ἔννοια εἶναι καθολικὴ καὶ ὑπὸ κάποια ἄλλη δὲν εἶναι. Ἐξηγεῖ συγκεκριμένα ὅτι ἡ ἐπιστήμη, δηλαδὴ γενικὰ ἡ γνώσις, εἶναι διττὴ, *δυνάμει* καὶ *ἐνεργείᾳ*, δηλαδὴ σὲ λανθάνουσα καὶ πραγματικὴ κατάστασις. Ἡ μὲν δύναμις ὡς ὕλη, οὕσα καθολικὴ καὶ ἀόριστη, ἀναφέρεται στὸ ἀόριστο, ἡ ἐνέργεια ὁμοῦς, ἐπειδὴ εἶναι ὀρισμένη, ἀναφέρεται στὸ ὀρισμένο καὶ συγκεκριμένο πρᾶγμα¹⁰⁸. Ἄν τὸ σκεπτικὸ αὐτὸ τοῦ Ἀριστοτέλη ἐφαρμοστεῖ στὸ πρῶτο μέρος τοῦ *Παρμενίδη* τοῦ Πλάτωνα, ὅπου ἀναδεικνύονται οἱ δυσκολίες καὶ δυσχέρειες κατανόησης τῆς θεωρίας τῶν ιδεῶν, εἴτε χωριστὲς εἴτε ὄχι αὐτὲς ἐκκληθοῦν, δικαιολογεῖται πλήρως τὸ ἐγγεῖρημα τοῦ Πλάτωνα στὸν παραπάνω διάλογο, ὅπου ἀσκεῖται δριμεῖα κριτικὴ τῆς ὑπαρξῆς τῶν ιδεῶν. Ἡ ἐπιχειρηματολογία δηλαδὴ τοῦ Πλάτωνα βρίσκει στὸ σημεῖο αὐτὸ σύμφωνο τὸν Ἀριστοτέλη. Ἐν κατακλείδι, ἀναφορικὰ μὲ τὴν ἐπίδρασις τῶν Πυθαγορείων στὸν Πλάτωνα, βρίσκω πολὺ εὐστοχῆ τὴν ἐπιγραμματικὴ διατύπωση τοῦ Ἀριστοτέλη, ὁ ὁποῖος σὲ λίγες γραμμὲς συνοψίζει αὐτὴ τὴ σχέση. Λέγει συγκεκριμένα ὅτι ὁ Πλάτων σὲ πολλὰ θέματα ἀκολούθησε τὴ φιλοσοφία τῶν Πυθαγορείων, σὲ ἄλλα ὁμοῦς σημεῖα ἀκολούθησε δική του πορεία¹⁰⁹. Πρέπει ἐδῶ νὰ σημειωθεῖ, τέλος, ὅτι τὸ ἓνα ὡς ἀρχὴ τόσο στὸν Πλάτωνα ὅσο καὶ στοὺς Πυθαγορείους καὶ στὸν Παρμενίδη συμβολίζει ὀλόκληρο τὸν κόσμον. Στὸν Πλάτωνα τὸ ἓνα εἶναι ἡ ιδέα τοῦ ἀγαθοῦ, δηλαδὴ ἡ ιδέα τῶν ιδεῶν, ἀφοῦ αὐτὴ γεννᾷ τόσο τὶς ιδέες ὅσο καὶ τὰ αἰσθητά. Τὸ ἓνα, δηλαδὴ τὸ ἀγαθόν, εἶναι ὁ νοητὸς κόσμος, μίμησις τοῦ ὁποῖου εἶναι ὁ ὀρατός¹¹⁰. Πρέπει νὰ λεχθεῖ ἐν κατακλείδι ὅτι τόσο ὁ Πλάτων ὅσο καὶ ὁ Ἀριστοτέλης, οἱ φωτεινοὶ ἐκεῖνοι φάροι, πὺν καταυγάζουν τὸ ἀνθρώπινο πνεῦμα διαχρονικά¹¹¹, ὑπέστησαν μεγάλη ἐπίδρασις ἀπὸ τοὺς Πυθαγορείους¹¹². Γιὰ

¹⁰⁷ *Αὐτόθι*, Α 6, 988 a 7-26· Α 6, 987 b 25-28· Μ 10, 1087 a 16-18.

¹⁰⁸ *Αὐτόθι*, Μ 10, 1087 a 10-25. Πβ. Ε. Μουτσόπουλος (2015), *Εἶναι ἡ ἐνέργεια κατάστασις εἰδοποιός*, Σωκράτης, 1, 19-22.

¹⁰⁹ Ἀριστ., *Μ.τ.φ.*, Α 6, 987 a 29-31: «Μετὰ δὲ τὰς εἰρημένους φιλοσοφίας ἡ Πλάτωνος ἐπεγένετο πραγματεία, τὰ μὲν πολλὰ τούτοις ἀκολουθοῦσα, τὰ δὲ καὶ ἴδια παρὰ τὴν τῶν Ἰταλικῶν ἔχουσα φιλοσοφίαν».

¹¹⁰ Γ.Χ. Κουμάκης (2013), *Περὶ τοῦ νοητοῦ καὶ ὀρατοῦ κόσμου κατὰ Πλάτωνα*, στό: Κ. Καλαχάνης (ἐπιμ.), *Φιλοσοφία καὶ κοσμολογία*. Πειραιεύς, Αἰγιῆς, 43-70.

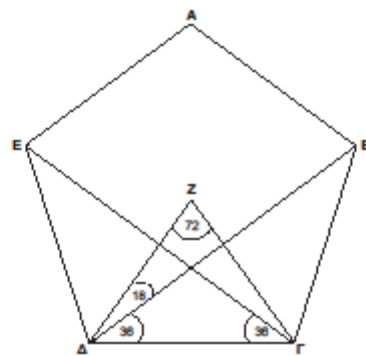
¹¹¹ U. von Wilamowitz-Moellendorf (2005), *Πλάτων, Ἡ ζωὴ καὶ τὸ ἔργο του*. Μετ. Ξ. Αρμύρος, Αθήνα, Κάκτος· Κ. Jaspers (1967), *Drei Gründer des Philosophierens: Plato, Augustin, Kant*. München, Piper Verlag· G. Martin [1995 (1991)], *Πλάτων*. Μετ. Φ. Πρεβεστούρου. Αθήνα, Πλέθρον· Α.Ε. Taylor [1978 (1926)], *Plato, The Man and his Work*. London, Methuen. Ἑλληνικὴ μετάφρασις: Α.Ε. Taylor (1992²), *Πλάτων, Ὁ ἀνθρώπος καὶ τὸ ἔργο του*. Μετ. Ἰ. Ἀρζόγλου. Αθήνα, Μ.Ι.Ε.Τ.· C. Ritter (1923), *Platon, Sein Leben, Seine Schriften, Seine Lehre*. Bde II. München· K. Bormann (2006), *Πλάτων*. Μετ. Ἰ. Καλογεράκος. Αθήνα, Καρδαμίτσα· L. Robin (1935), *Platon*. Paris, Alcan· D.J. Allan [1972 (1952)], *The Philosophy of Aristotle*. Oxford· Α.Ε. Taylor [1919 (1912)], *Aristotle*. London· L. Robin (1994), *Aristotele*. Paris· W.D. Ross [1953 (1923)], *Aristotle*. New York· W. Jaeger (1923), *Aristoteles, Grundlegung einer Geschichte seiner Entwicklung*. Berlin· J. Düring (1994), *Ἀριστοτέλης. Παρουσίαση καὶ ἐρμηνεία τῆς σκέψης του*. Μετ. Π. Κοτζίᾶ-Παντελεῖ καὶ Α. Γεωργίου-Κατσιβελα. Αθήνα, Μ.Ι.Ε.Τ.

¹¹² Ε.Γ. Παντελάκης (1938), *Πυθαγόρου χρυσᾶ ἔπη*. Αθήνα, Πάπυρος· J. Mattei (1995), *Ὁ Πυθαγόρας καὶ οἱ Πυθαγόρειοι*. Μετ. Κ. Κωσαμπέλη. Αθήνα, Καρδαμίτσα· J. Simonne (2006), *Ὁ Πυθαγόρας καὶ ἡ ἁρμονία τῶν*

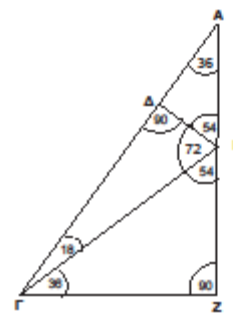
παράδειγμα, ή πίστη τοῦ Πλάτωνα στὴ μετεμνήχωση, μὲ τὴν ὁποία εἶναι ἄρρηκτα συνδεδεμένη ἡ θεωρία τῆς ἀνάμνησης¹¹³, ἔχει ὡς ἀφετηρία τὴ φιλοσοφία τῶν Πυθαγορείων¹¹⁴. Γενικότερα τὸ κοσμοεἶδωλο τοῦ Πλάτωνα, τὸ ὁποῖο ἀναπτύσσεται κυρίως στὸν *Τίμαιο* μ' ἓναν πιθανὸν λόγο (*εἰκότα λόγον*)¹¹⁵, εἶναι ὁμοιο μὲ ἐκεῖνο τῶν Πυθαγορείων¹¹⁶.

-
- σφαιρῶν. Μετ. Ντ. Ἡλιοπούλου. Αθήνα, Ἐκδ. Λιβάνη· L.E. Navia (1990), *Pythagoras: An Annotated Bibliography*. New York, Gerland Pub.· J.A. Philip (1966), *Pythagoras and Early Pythagoreanism*. Toronto, University of Toronto Press· L. Zhmud (2012), *Pythagoras and the Early Pythagoreans*. Translated from Russian by K. Winde. Oxford, Oxford University Press· E. Bindel (1962), *Pythagoras, Leben, und Lehre in Wirklichkeit und Legende*. Stuttgart· A. Hasnaoui (2002), *Pythagore, un dieu parmi les hommes*. Paris, Les Belles Lettres· Ch. H. Kahn (2001), *Pythagoras and the Pythagoreans. A Brief History*. Indianapolis, Hackett Pub.· P. Goman (1979), *Pythagoras. A Life*. London-Boston.
- ¹¹³ Πλάτ., *Φαίδ.*, 72 e: «ὄτι ἡμῖν ἡ μάθησις οὐκ ἄλλο τι ἢ ἀνάμνησις τυγχάνει οὔσα, καὶ κατὰ τοῦτον ἀνάγκη που ἡμᾶς ἐν προτέρῳ τινὶ χρόνῳ μεμαθηκέναι ἃ νῦν ἀναμνησκόμεθα»· *Μέν.*, 81 c-d: «καὶ περὶ ἀρετῆς καὶ περὶ ἄλλων οἷόν τ' εἶναι αὐτὴν ἀναμνησθῆναι, ἃ γὰρ καὶ πρότερον ἠπίστατο... τὸ γὰρ ζητεῖν ἄρα καὶ τὸ μανθάνειν ἀνάμνησις ὅλον ἐστίν.».
- ¹¹⁴ Πβ. J. Luchte (2009), *Pythagoras and the Doctrine of Transmigration: Wandering Souls*, London-New York, Continuum.
- ¹¹⁵ Πλάτ., *Τίμ.*, 29 c 8, 30 b 7, 44 d 1, 56 d 1, 57 d 6. Πβ. B. Witte (1964), Der eikōs λόγος in Platos *Timaios*. Beitrag zur Wissenschaftsmethode und Erkenntnistheorie des späten Plato, *Archiv für Geschichte der Philosophie*, 46, 1-16· K.M. Meyer-Abich (1973), (Eikōs λόγος) Eikos Logos, in: *Festschrift für C.F. v. Weizsäcker*, Göttingen, Vandenhoeck und Ruprecht, 20-44.
- ¹¹⁶ Πβ. H. Perls (1966), *Plato, Seine Auffassung vom Kosmos*. Bern-München· R.D. Mohr (1985), The Platonic Cosmology, in: *Philosophia Antiqua. A Series of Monographs on Ancient Philosophy*, XLII, Leiden· J.P. Wohlstein (1863), *Materie und Weltseele in dem platonischen Systeme*. Diss. Marburg· D.J. Zeyl (1975), Plato and Talk of a World in Flux: *Timaeus* 49 e6 – 50 b5, *Harvard Studies in Classical Philology*, 79, 125-148· S.M. Nikolaou (1998), *Die Atomlehre Demokrits and Platons Timaios, Eine vergleichende Untersuchung, Beiträge, zur Altertumskunde*. Vieweg und Teubner Verlag· W. Scheffel (1976), *Aspekte der platonischen Kosmologie. Untersuchungen zum Dialog "Timaios" (Philosophia Antiqua. A Series of Monographs on Ancient Philosophy*. Ed. W.J. Verdenius, vol. XXIX. Leiden· W. Schadewald (1970), Das Welt-Modell der Griechen, in: *Hellas und Hesperien*, vol. I, Stuttgart, 601-625. Ἐδῶ πρέπει νὰ σημειώσω ὅτι ἔχω πραγματευθεῖ τὰ δύο τρίγωνα, ἀπὸ τὰ ὁποῖα συγκροτεῖται τὸ δωδεκάεδρο σὲ προηγούμενες ἀνακοινώσεις μου ἀδημοσίευτες ἀκόμα (τις ὁποῖες ἔχω παραδώσει σὲ ἠλεκτρονικὴ μορφή) τὰ ἔτη 2013 καὶ 2014. Τὰ ἀποτελέσματα τῆς ἔρευνάς μου τὰ εἶχα προφορικὰ ἀνακοινώσει στὸν κ. Χ. Σπυρίδη.

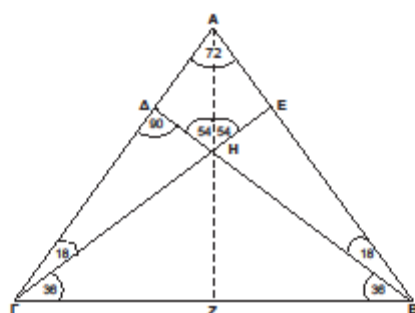
ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΚΑΙ ΕΜΒΑΔΑ ΤΡΙΓΩΝΩΝ



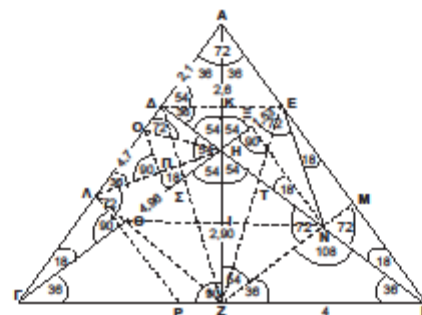
Σχήμα 1



Σχήμα 2



Σχήμα 3



Σχήμα 4

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΑΠΟΔΕΙΞΕΙΣ ΤΡΙΓΩΝΩΝ
Δρ Μιχάλης ΛΑΜΠΡΟΥ, Καθηγητής Μαθηματικών

1

Η επίκεντρη γωνία \widehat{AZT} είναι το $\frac{1}{5}$ της περιφέρειας, άρα $\frac{1}{5}360^\circ = 72^\circ$. Για τον ίδιο λόγο οι επίκεντρες γωνίες στα τόξα $\widehat{AZ}, \widehat{BT}, \widehat{ΓΔ}, \widehat{ΔE}, \widehat{EΛ}$ είναι από 72° . Συνεπώς η εγγεγραμμένη γωνία $\widehat{EΓΔ} = \frac{1}{2}72^\circ = 36^\circ$ και λόγω συμμετρίας $\widehat{BΛΓ} = 36^\circ$. Το τρίγωνο ΖΔΓ είναι ισοσκελές με $\widehat{Z} = 72^\circ$ άρα κάθε μία από τις γωνίες της βάσης του είναι $\frac{1}{2}(180^\circ - 72^\circ) = \frac{1}{2}108^\circ = 54^\circ$. Έτσι το τρίγωνο ΖΔΓ έχει $\widehat{ZΓE} = \widehat{ZΓΔ} - \widehat{ΔΓE} = 54^\circ - 36^\circ = 18^\circ$. Με άλλα λόγια το τρίγωνο αυτό είναι της μορφής (σχήμα 1).

Παρατηρούμε ότι οι ΓΚ, ΔΛ θα είναι κάθετες στις πλευρές διότι στο τρίγωνο ΚΔΓ είναι $\widehat{ΚΓΔ} = 180^\circ - 54^\circ - 36^\circ = 90^\circ$. Όμοια η ΔΛ. Υπόψη ότι τότε και η ΖΗ είναι κάθετη στην ΓΔ. Ένας τρόπος είναι μονολεκτικός: τα ύψη συγκλίνουν και τα ΓΚ, ΔΛ είναι ύψη, οπότε το ΖΗ είναι το τρίτο ύψος. Πιο απλά η ΖΗ είναι διχοτόμος της γωνίας Ζ λόγω συμμετρίας. Άρα $\widehat{ΛZH} = \frac{1}{2}72^\circ = 36^\circ$. Συνεπώς το τρίγωνο ΖΔΜ έχει $\widehat{ΛZM} \cup \widehat{ZΛM} = 36^\circ \cup 54^\circ = 90^\circ$. Άρα είναι ορθογώνιο (Σχήμα 2).

2

Εύρεση του λόγου $\frac{AH}{ZH}$

Χρησιμοποιώντας τα τρίγωνα ΑΕΗ και ΑΓΕ έχουμε

$$AH = \frac{AE}{\sin 36^\circ} = \frac{AI \cdot \sin 72^\circ}{\sin 36^\circ}$$

Από το τρίγωνο ΓΖΗ έχουμε $ZH = ΓΖ \cdot \sin 36^\circ$. Άρα ο λόγος $\frac{AH}{ZH}$

$$\frac{AH}{ZH} = \frac{AI \cdot \sin 72^\circ}{\sin 36^\circ} \cdot \frac{1}{ΓΖ \cdot \sin 36^\circ} = \frac{AI}{ΓΖ} \cdot \frac{\sin 72^\circ}{\sin 36^\circ} = \frac{AI}{ΓΖ} \cdot \frac{\eta\mu 18^\circ}{\sigma\upsilon\nu 18^\circ} = \frac{AI}{ΓΖ} \cdot \frac{1}{\sigma\upsilon\nu 18^\circ} = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu 18^\circ} \cdot \frac{1}{\sigma\upsilon\nu 54^\circ} = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu 18^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 54^\circ}$$

Σημειώνω ότι είναι γνωστή η ακριβής τιμή των $\sin 18^\circ, \sin 54^\circ$.

$$\text{Δηλαδή } \sin 18^\circ = \frac{1}{4}\sqrt{10 - 2\sqrt{5}}, \quad \sin 54^\circ = \frac{1}{4}\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}$$

$$\begin{aligned} \text{Άρα } \frac{AH}{HZ} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{4}\sqrt{10-2\sqrt{5}}} = \\ \frac{16}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{100-4.5}} &= 8 \cdot \frac{1}{\sqrt{95}} = 8 \cdot \frac{1}{4\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} = 0,8944271 \quad \text{Άρα ο λόγος} \\ \frac{AH}{HZ} &= 0,8944271 \quad (\text{Σχήμα 3}) \end{aligned}$$

Θ το μέσο της ΒΗ. Αν φέρω ΘΚ κάθετη στην ΑΒ, τότε ΘΚ είναι παράλληλη της ΓΗ. Άρα η ΘΚ διέρχεται από το μέσο των ΒΕ και ΒΓ. Δηλ διέρχεται από το Ζ (Σχήμα 3).

ΕΜΒΑΔΑ ΤΩΝ ΤΡΙΓΩΝΩΝ

Δρ Γεωργία ΚΩΣΤΑΚΗ, Καθηγήτρια Μαθηματικών

$$\begin{aligned} \Gamma Z = 4 \cdot \tan 36^\circ &= \frac{HZ}{\Gamma Z} \\ HZ = 4 \tan 36^\circ &= 2.906170112. \quad \tan 54^\circ = \frac{AZ}{\Gamma Z} \\ AZ = \Gamma Z \tan 54^\circ &= 5.505527682. \\ AH = AZ - HZ &= 5.505527682 - 2.906170112 = 2.59935757 \\ \cos 36^\circ = \frac{A\Delta}{AH} &\Rightarrow A\Delta = AH \cos 36^\circ = 2.102924448. \\ \sin 36^\circ = \frac{\Delta H}{AH} &\Rightarrow \Delta H = AH \sin 36^\circ = 1.527864045. \\ \tan 18^\circ = \frac{\Delta H}{\Gamma\Delta} &\Rightarrow \Gamma\Delta = \frac{\Delta H}{\tan 18^\circ} = 4.702282019. \\ \text{εμβαδόν } (A\Delta H) &: \frac{A\Delta \cdot \Delta H}{2} = 1.606491327. \\ \text{εμβαδόν } (\Gamma Z H) &: \frac{HZ \cdot \Gamma Z}{2} = 5.812340224. \\ \text{εμβαδόν } (\Gamma H \Delta) &: \frac{\Delta H \cdot \Gamma\Delta}{2} = 3.592223813. \\ \text{εμβαδόν } (A\Gamma Z) &: \frac{AZ \cdot \Gamma Z}{2} = 11.01105536. \\ \text{πρέπει } (A\Gamma Z) &= (\Gamma H \Delta) + (\Gamma Z H) + (A\Delta H). \quad (\text{Σχήμα 4}) \end{aligned}$$

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Α. ΠΗΓΕΣ

- Barnes, J. (ed.) (1985). *The Complete Works of Aristotle, The Revised Oxford Translation*, vol. two, Princeton University Press.
- Burnet, I. (1900–1907). *Platonis Opera*, Tomi I–V, Oxonii, E Typographeo Clarendoniano.
- Cherniss, H. (1978), *Plutarch's Moralia*, XIII, 1 with English Translation, Cambridge-London. Harvard University Press, LCL.
- Diels, H. – Kranz, W. (2005), *Οί προσωκρατικοί. Οί μαρτυρίες και τὰ ἀποσπάσματα*. Τόμ. Α' (Πυθαγόρας). Απόδοση στα έλληνικά Β.Α. Κύρκος. Αθήνα, Έκδόσεις Παπαδήμα.
- Diogenes, Laertius (1925), *Lives of Eminent Philosophers*, in Two Vols., with an English Translation by R. D. Hicks, 'The Loeb Classical Library', Cambridge, Mass./London, Harvard University Press/W. Heinemann.
- Einarson, B. and De Lacy, P.H. (1967), *Plutarch's Moralia in Fifteen Volumes*, 'The Loeb Classical Library', London/Cambridge, Mass.: W. Heinemann/ Harvard University Press.
- Ευσέβιος Καισαρείας, *Ευαγγελική Προπαρασκευή (Praeparatio evangelica 15.37.1)*, P.G. 21, 21-1408.
- Heath, Th. (19562), *The Thirteen Books of Euclid's Elements with Introduction and Commentary*, II. New York, Dover Publications.
- Heiberg, I.L. (1888), *Euclid's Elementa*. Vol. V, Lipsiae, Teubner.
- Iamblichus (1891), *Περὶ τῆς κοινῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης (De communi mathematica scientia liber)*. Leipzig.
- (1922), *Theologoumena arithmeticae*. Ed. V. De Falco, Lipsiae, Teubner.
- (2002), *Περὶ τοῦ Πυθαγορείου βίου, Pythagoras, Legende, Lehre, Lebengestaltung*. Έκδ. ὑπὸ Μ. Albrecht, J. Dillon, Darmstadt, WBG.
- Κάλφας, Β. (ἐπιμ.) (2014), *Αριστοτέλης, Μετὰ τὰ Φυσικά. Βιβλίον Α'. Εἰσαγωγή, μετάφραση, σχόλια*. Θεσσαλονίκη, Έκδ. Ζῆτρος.
- Pappi Alexandrini (1876-1877), *Collectionis quae supersunt*, II. Ed. Fr. Hultsch. Berlin, Weidmann.
- Pappus D' Alexandria (1933), *La Collection mathématique*. Tome second. Paris, Blanchard.
- Porhyre (1982), *Vie de Pythagore, Lettre à Marcella* (Πορφύριος, Πυθαγόρου βίος), *Texte établi et traduit par É. Des Places*. Paris, Les Belles Lettres.
- Procli Diadochi (1901), *In Platonis rem publicam commentarii*. Ed. G. Kroll, vol. II. Lipsiae, Teubner.
- (1906), *In Platonis Timaeum Commentaria*. Ed. E. Diehl, III, Lipsiae, Teubner.
- [1965 (1873)], *In primum Euclidis elementorum librum comentarii*. Rec. G. Friedlein, Teubner.
- Ross, W.D. (1955), *Aristotelis, Fragmenta Selecta*. Oxonii e Typographeo Clarendiano.
- Σπανδάγος, Εὐ. (2001), *Μαθηματικὴ συναγωγή τοῦ Πάππου τοῦ Ἀλεξανδρέως. Εἰσαγωγή, ἀρχαῖο κείμενο*. Τόμ. Β' (Βιβλία ε' καὶ στ'). Αθήναι, Αἶθρα.
- (2004), *Ἡ χρυσή τομὴ στὴν ἀρχαία Ἑλλάδα*. Αθήνα, Αἶθρα.
- (2012), *Περὶ τῆς κοινῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης*. Εἰσαγωγή, ἀρχαῖο κείμενο, κ.τ.λ., Αθήνα, Αἶθρα.

Β. ΔΕΥΤΕΡΕΥΟΥΣΑ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Allan, D.J. [1972 (1952)], *The Philosophy of Aristotle*. Oxford.
- Beys, K. (2015), Socrates the philosopher, *Σωκράτης, Διεθνής Έπιστημονική Επιθεώρηση Αρχαίας Έλληνικής Φιλοσοφίας*, τ. 1, 87-104.
- Bindel, E. (1962), *Pythagoras, Leben, und Lehre in Wirklichkeit und Legende*. Stuttgart.
- Bormann, K. (2006), *Πλάτων*. Μετ. Ί. Καλογεράκος. Αθήνα, Καρδαμίτσα.
- Couloubaritsis, L. (1983), L'être et le changement chez Aristote, *Revue de Philosophie ancienne*, 49-98 et 143-195.
- Cuomo, S. (2000), *Pappus of Alexandria and the Mathematics of Late Antiquity*. Cambridge, Cambridge University Press.
- Düring, J. (1994), *Αριστοτέλης. Παρουσίαση και έρμηνεία της σκέψης του*. Μετ. Π. Κοτζιά-Παντελή και Α. Γεωργίου-Κατσιβέλα. Αθήνα, Μ.Ι.Ε.Τ.
- Gaiser, K. (1980), Plato's Enigmatic Lecture "On the Good", *Phronesis*, 25, 1, 5-37.
- Goman, P. (1979), *Pythagoras. A Life*. London-Boston.
- Hasnaoui, A. (2002), *Pythagore, un dieu parmi les hommes*. Paris, Les Belles Lettres.
- Heath, Th., (1921), *A History of Greek Mathematics*. Vol. I, *From Thales to Euclid*. Oxford, At the Clarendon Press.
- (1931), *Manual of Greek Mathematics*, Oxford, At the Clarendon Press.
- *Ιστορία των ελληνικών μαθηματικών*. Έπιμ. Θ. Ξαρχάκος, 2 τόμοι. Αθήνα, Κέντρο Έρευνας, Έπιστήμης και Έκπαίδευσης, 2001.
- Herz-Fischler, R. (1988), *A Mathematical History of the Golden Number*. Mineola, New York, Dover Publications.
- Hugo, L. (1873) in: *Comptes rendus de l' Académie des Sciences*, Paris, LXIII.
- Jaeger, W. (1923), *Aristoteles, Grundlegung einer Geschichte seiner Entwicklung*. Berlin.
- Jaspers, K. (1967), *Drei Gründer des Philosophierens: Plato, Augustin, Kant*. München, Piper Verlag.
- Kahn, Ch. H. (2001), *Pythagoras and the Pythagoreans. A Brief History*. Indianapolis, Hackett Pub.
- Κουμάκης, Γ.Χ. (2008), Τα λεγόμενα άγραφα δόγματα του Πλάτωνα, στό: Γ.Χ. Κουμάκης, *Πολίτευμα και ήθος. Η διαλεκτική και τα «άγραφα δόγματα» κατά Πλάτωνα*. Αθήνα, Έκδ. Συμμετρία, 17-44.
- (2013), Περί του νοητού και όρατου κόσμου κατά Πλάτωνα, στό: Κ. Καλαχάνης (έπιμ.), *Φιλοσοφία και κοσμολογία*. Πειραιεύς, Αιγιής, 43-70.
- (2014), Ό φιλόσοφος-Κυβερνήτης στην *Έπινομίδα* του Πλάτωνα, *Έλληνική Φιλοσοφική Επιθεώρηση*, 31, 3-26.
- Koumakis, G. Ch. (1971), *Platons Parmenides Zum Problem seiner Interpretation*. Bonn, Bouvier Verlag.
- (2015), The Philosopher-Ruler of the Ideal City according to Plato's *Epinomis*, *Diotima, Revue de Recherche Philosophique*, 43, 28-41.
- Leibviz, G.W. (1992), *Μεταφυσική πραγματεία (Discours de metaphysique)*. Μτφρ. Π. Καϊμάκης, Θεσσαλονίκη, Βάνιας.
- (1997), *Η μοναδολογία (La monadologie)*. Μετ. Στ. Λαζαρίδη, Θεσσαλονίκη, Υπερίων.
- Lindemann, F. (1897), Zur Geschichte der Polyeder und der Zahlzeichen, in: *Sitzungsberichte der Königl. Bay. Akademie der Wissenschaften*, XXVI, 625-768.
- Livio, M. (2002), *Ό χρυσός λόγος. Ιστορία του Φ, του καταπληκτικότερου άριθμού*. Έπιμ. Έλ. Κεκροπούλου. Αθήνα, Έκδ. Ένάλιος.

- Luchte, J. (2009), *Pythagoras and the Doctrine of Transmigration: Wandering Souls*, London-New York, Continuum.
- Μάνος, Α. (2007), *Πλατωνική φιλοσοφία. Μιὰ ἱερὴ τετρακτὺς ἀποριῶν*. Ἀθήνα, Ἐκδ. Καστανιώτη.
- Martin, G. (1973), *Platons Ideenlehre*. Berlin, W. de Gruyter.
- [1995 (1991)], *Πλάτων*. Μετ. Φ. Πρεβεδούρου. Ἀθήνα, Πλέθρον.
- Mattei, J. (1995), *Ὁ Πυθαγόρας καὶ οἱ Πυθαγόρειοι*. Μετ. Κ. Καψαμπέλη. Ἀθήνα, Καρδαμίτσα.
- Meyer-Abich, K.M. (1973), (Εἰκὼς λόγος) Eikos Logos, in: *Festschrift für C.F. v. Weizsäcker*, Göttingen, Vandenhoeck und Ruprecht, 20-44.
- Mohr, R.D. (1985), The Platonic Cosmology, in: *Philosophia Antiqua. A Series of Monographs on Ancient Philosophy*, XLII, Leiden.
- Μουτσόπουλος, Ε. (2010), *Ἡ μουσικὴ στὸ ἔργο τοῦ Πλάτωνος*. Ἀθήνα, Σύλλογος πρὸς διάδοσιν ὠφελίμων βιβλίων.
- (2015), Εἶναι ἡ ἐνέργεια κατάστασις εἰδοποιός;, *Σωκράτης*, 1, 19-22.
- Moutsopoulos, E. (1989), *La musique dans l'oeuvre de Platon*. Paris, P.U.F.
- Natorp, P. (1901), *Platons Ideenlehre*. Leipzig, F. Meiner (ἀνατύπωση: Hamburg, 1961). Ἑλληνικὴ μετάφραση: (1929), *Ἡ περὶ τῶν ἰδεῶν θεωρία τοῦ Πλάτωνος*. Μετ. Μ. Τσαμαδοῦ. Ἀθήνα, Κοραΐς.
- Navia, L.E. (1990), *Pythagoras: An Annotated Bibliography*. New York, Gerland Pub.
- Nikolaou, S.M., (1998), *Die Atomlehre Demokrits and Platons Timaios, Eine vergleichende Untersuchung, Beiträge, zur Altertumskunde*. Vieweg und Teubner Verlag.
- Παντελάκης, Ε.Γ. (1938), *Πυθαγόρου χρυσᾶ ἔπη*. Ἀθήνα, Πάπυρος.
- Perls, H. (1966), *Plato, Seine Auffassung vom Kosmos*. Bern-München.
- Philip, J.A. (1966), *Pythagoras and Early Pythagoreanism*. Toronto, University of Toronto Press.
- Richard, A.-O. (1986), *L'enseignement oral de Platon*. Paris.
- Ritter, C. (1923), *Platon, Sein Leben, Seine Schriften, Seine Lehre*. Bde II. München.
- Robin, L. (1935), *Platon*. Paris, Alcan.
- (1994), *Aristote*. Paris.
- Ross, W.D. [1953 (1923)], *Aristotle*. New York.
- (1961), *Plato's Theory of Ideas*. Oxford, Clarendon Press.
- Rossetti, L. (2013), When Pythagoras was still Living, in: C. Cornelli et al. (eds.), *On Pythagoreanism*. Berlin, De Gruyter, 63-76.
- Rutgers, M.B. (ed.), *Leibniz Discussion. First Annual Conference of the Leibniz Society of North America*. University of California-San Diego.
- Sachs, E., (1917, 2010), *Die fünf Platonischen Körper*. Berlin, Taschenbuch.
- Scheffel, W., (1976), *Aspekte der platonischen Kosmologie. Untersuchungen zum Dialog "Timaios" (Philosophia Antiqua. A Series of Monographs on Ancient Philosophy*. Ed. W.J. Verdenius, vol. XXIX. Leiden.
- Schadewald, W. (1970), Das Welt-Modell der Griechen, in: *Hellas und Hesperien*, vol. I, Stuttgart, 601-625.
- Simonne, J. (2006), *Ὁ Πυθαγόρας καὶ ἡ ἀρμονία τῶν σφαιρῶν*. Μετ. Ντ. Ἡλιοπούλου. Ἀθήνα, Ἐκδ. Λιβάνη.
- Szlezák, Th. A. (2004), *Πῶς νὰ διαβάσουμε τὸν Πλάτωνα*. Μετ. Π. Κοτζιά, Ἀθήνα, Ἐκδ. Θύραθεν.
- Σπανδάγος, Ε. (2004), *Ἡ χρυσὴ τομὴ στὴν ἀρχαία Ἑλλάδα*. Ἀθήνα, Αἶθρα.

- Σπυρίδης, Χ. (2006), *Αναλυτική γεωμετρία για την πυθαγόρειο μουσική*. Θεσσαλονίκη, Grapholine.
- (2008), *Πλάτωνος Τίμαιος, Γένεση ψυχής κόσμου*. Θεσσαλονίκη, Grapholine.
- (2014), *Αί καθ' Ἄρμονικὴν Πυθαγόρειαι δόξαι*. Ἀθήνα.
- (2015, Περὶ τοῦ ζωγονικοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου οὔτινος οἱ ἀριθμοὶ τῶν πλευρῶν τριὰς τετράς πεντάς, ὁ ἐκ πάντων δωδεκάς καὶ τὸ ἐμβαδὸν ἑξάς, στό: Κ. Καλαχάνης (ἐπιμ.), *Φιλοσοφία καὶ κοσμολογία*. Τόμ. 3. Πειραιεύς, Αἰγιῆς, 61-70.
- [1919 (1912)], Τὸ τρίτον εἶδος τῶν πλατωνικῶν «ἀτομικῶν» ὀρθογωνίων τριγώνων, *Σωκράτης, Διεθνῆς Ἐπιστημονικὴ Ἐπιθεώρησις Ἀρχαίας Ἑλληνικῆς Φιλοσοφίας*, Ἀθήνα, 1, 2015, 53-68.
- Taylor, A.E. [1919 (1912)], *Aristotle*. London.
- (1928), *A Commentary on Plato's Timaeus*. Oxford, At the Clarendon Press.
- (19922), *Plato, The Man and his Work*. London, Methuen, 1978 (1926). Ἑλληνικὴ μετάφραση: *Πλάτων, Ὁ ἄνθρωπος καὶ τὸ ἔργο του*. Μετ. Ἴ. Ἀρζόγλου. Ἀθήνα, Μ.Ι.Ε.Τ.
- Vogt, H. (1910), Die Entdeckungsgeschichte des Irrationalen nach Plato und anderen Quellen des 4. Jahrhunderts, *Bibliotheca Mathematica*, 3 Folge, vol. 10, 97–155.
- Wieland, W. (1982), *Platon und die Formen des Wissens*. Göttingen.
- Wilamowitz-Moellendorf, U. von (2005), *Πλάτων, Ἡ ζωὴ καὶ τὸ ἔργο του*. Μετ. Ξ. Ἀρμύρος, Ἀθήνα, Κάκτος.
- Witte, B. (1964), Der eikῶς λόγος in Platos *Timaios*. Beitrag zur Wissenschaftsmethode und Erkenntnistheorie des späten Plato, *Archiv für Geschichte der Philosophie*, 46, 1-16.
- Wohlstein, J.P. (1863), *Materie und Weltseele in dem platonischen Systeme*. Diss. Marburg.
- Zeyl, D.J. (1975), Plato and Talk of a World in Flux: *Timaeus* 49 e6 – 50 b5, *Harvard Studies in Classical Philology*, 79, 125-148.
- Zhmud, L. (2012), *Pythagoras and the Early Pythagoreans*. Translated from Russian by K. Winde. Oxford, Oxford University Press.